

# 昆明理工大学 2008 年硕士研究生招生入学考试试题(A 卷)

考试科目代码： 837

考试科目名称： 高等代数

试题适用招生专业： 计算数学、应用数学、系统理论、系统分析与集成

## 考生答题须知

1. 所有题目（包括填空、选择、图表等类型题目）答题答案必须做在考点发给的答题纸上，做在本试题册上无效。请考生务必在答题纸上写清题号。
2. 评卷时不评阅本试题册，答题如有做在本试题册上而影响成绩的，后果由考生自己负责。
3. 答题时一律使用蓝、黑色墨水笔或圆珠笔作答（画图可用铅笔），用其它笔答题不给分。
4. 答题时不准使用涂改液等具有明显标记的涂改用品。

1. 求  $D_n = \begin{vmatrix} 0 & 1 & 0 & \cdots & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 1 & \cdots & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & \cdots & 0 & 0 \\ \cdots & \cdots & \cdots & \cdots & \cdots & \cdots \\ 0 & 0 & 0 & \cdots & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & \cdots & 1 & 0 \end{vmatrix}$ 。(15 分)

2. 求多项式函数  $f(x)$  被  $(x-1)^2$  除所得余式。(15 分)

3. 已知  $x+y+z=0$ ，且  $xyz \neq 0$ ，求  $\frac{x^2}{yz} + \frac{y^2}{xz} + \frac{z^2}{xy}$ 。(15 分)

4. 解方程组：
$$\begin{cases} x_1 - 2x_2 + 3x_3 - x_4 = -6 \\ x_1 + x_2 - x_3 + x_4 = 7 \\ 2x_1 - x_2 + x_3 = 1 \\ x_2 + x_3 + x_4 = 3 \end{cases} \quad (15 \text{ 分})$$

5. 证明：一个向量组的任何一个线性无关组都可以扩充成一个极大线性无关组。(15 分)

6. 求  $\begin{pmatrix} 1 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}^n$ 。(15 分)

7. 设  $A+X=AX$ ， $A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & -1 \\ 1 & 2 & 2 \\ -1 & -1 & 0 \end{pmatrix}$ ，求  $X$ 。(15 分)

8. 设  $A$  是实对称矩阵，证明： $A$  半正定的充要条件是对于任意的实数  $\lambda > 0$ ， $(\lambda E + A)$  正定。(15 分)

9. 设  $A^{10} = 0$ ，且  $A$  可以对角化，证明  $A = 0$ 。(15 分)

10. 设  $\alpha_1, \alpha_2, \dots, \alpha_n$  是  $n$  维欧氏空间  $V$  中一组向量， $D = \begin{vmatrix} (\alpha_1, \alpha_1) & \cdots & (\alpha_1, \alpha_n) \\ \cdots & \cdots & \cdots \\ (\alpha_n, \alpha_1) & \cdots & (\alpha_n, \alpha_n) \end{vmatrix}$

证明： $\alpha_1, \alpha_2, \dots, \alpha_n$  是  $V$  中一组基的充要条件是  $D \neq 0$ 。(15 分)

