

# 昆明理工大学 2009 年硕士研究生招生入学考试试题 (A 卷)

考试科目代码: 609

考试科目名称: 数学分析

试题适用招生专业: 计算数学, 应用数学, 系统理论, 系统分析与集成

## 考生答题须知

1. 所有题目(包括填空、选择、图表等类型题目)答题答案必须做在考点发给的答题纸上, 做在本试题册上无效。请考生务必在答题纸上写清题号。
2. 评卷时不评阅本试题册, 答题如有做在本试题册上而影响成绩的, 后果由考生自己负责。
3. 答题时一律使用蓝、黑色墨水笔或圆珠笔作答(画图可用铅笔), 用其它笔答题不给分。
4. 答题时不准使用涂改液等具有明显标记的涂改用品。

1、证明  $\lim_{x \rightarrow \infty} f(x) = A$  的充分必要条件是  $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = A = \lim_{x \rightarrow -\infty} f(x)$ . (12分)

2、用定义证明  $f(x) = x^2$  在  $[0, +\infty)$  上连续而非一致连续. (16分)

3、证明: 当  $0 < x < \frac{\pi}{2}$  时,  $\frac{2}{\pi}x < \sin x < x$ . (14分)

4、设  $y = \sqrt{\frac{(1-x)e^x}{\arccos x}} + \sin \frac{1-x}{\sqrt{1+x^2}}$ , 求  $\frac{dy}{dx}$ . (10分)

5、设  $f(x)$  在  $(-\infty, +\infty)$  内具有连续导数且  $f(x) > 0$ , 试证明  $y(x) = \int_0^x xf(t)dt$  有唯一驻点, 且该驻点为  $f(x)$  的极值点. (10分)

6、设  $f(x) = \sum_{n=1}^{\infty} \frac{\sin nx}{2^n}$ , (1) 证明:  $f(x)$  在  $(-\infty, +\infty)$  上一致收敛; (2) 计算  $\int_0^{\pi} f(x)dx$ . (16分)

7、将函数  $f(x) = x-1$ ,  $(0 \leq x \leq 2)$  展成周期为 4 的余弦级数. (12分)

8、若函数  $z = f(x, y)$  具有二阶连续导数且满足 Laplace 方程  $\frac{\partial^2 z}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 z}{\partial y^2} = 0$ , 证明函数  $z = f(x^2 - y^2, 2xy)$  也满足 Laplace 方程. (14分)

9、证明曲面  $x^{\frac{n}{n+1}} + y^{\frac{n}{n+1}} + z^{\frac{n}{n+1}} = a^{\frac{n}{n+1}}$ ,  $(n \in \mathbb{Z}^+, a > 0)$  上任意点处的切平面在坐标轴上的截距的  $n$  次方之和为  $a^n$ . (12分)

10、设一元函数  $f(u)$  在  $[-1, 1]$  上连续, 证明  $\iiint_{\Omega} f(z) dx dy dz = \pi \int_{-1}^1 f(u)(1-u^2) du$ , 其中  $\Omega$

昆明理工大学 2009 年硕士研究生招生入学考试试题

为单位球  $x^2 + y^2 + z^2 \leq 1$ . (10分)

11、设函数  $f(u)$  可导,  $c$  为对称于坐标轴的任一封闭曲线, 计算积分

$$I = \oint_c f(x^2 + y^2)(x^2 dx + y^2 dy). \quad (12 \text{分})$$

12、计算  $I = \iint_{\Sigma} x dy dz + y dz dx + (z^2 - 2z) dx dy$ , 其中  $\Sigma$  是锥面  $z = \sqrt{x^2 + y^2}$  被平面  $z = 0, z = 1$  所截部分的外侧. (12分)