

昆明理工大学 2009 年硕士研究生招生入学考试试题(A 卷)

考试科目代码: 711

考试科目名称: 单考数学

试题适用招生专业: 单考

考生答题须知

1. 所有题目(包括填空、选择、图表等类型题目)答题答案必须做在考点发给的答题纸上,做在本试题册上无效。请考生务必在答题纸上写清题号。
2. 评卷时不评阅本试题册,答题如有做在本试题册上而影响成绩的,后果由考生自己负责。
3. 答题时一律使用蓝、黑色墨水笔或圆珠笔作答(画图可用铅笔),用其它笔答题不给分。
4. 答题时不准使用涂改液等具有明显标记的涂改用品。

一. 求下列极限。(每小题 10 分, 共计 30 分)

1. $\lim_{n \rightarrow \infty} \left(1 - \frac{x}{n}\right)^{2n}$. 2. $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\ln(1+x^2)}{\tan^2 x}$. 3. $\lim_{x \rightarrow +\infty} \left(\frac{2}{\pi} \arctan x\right)^x$.

二. 求下列函数的导数。(每小题 10 分, 共计 30 分.)

1. $y = \frac{e^t + e^{-t}}{e^t - e^{-t}}$, 求 y' . 2. 已知 $y = x^a + a^x + x^x, a > 0$, 求 $y'(1)$.

3. $\begin{cases} x = a \cos^3 \theta, \\ y = a \sin^3 \theta, \end{cases}$ 求 $\frac{dy}{dx}, \frac{d^2y}{dx^2}$.

三. 求下列积分。(每小题 10 分, 共计 40 分.)

1. $\int \frac{1}{e^x - 1} dx$ 2. $\int e^{\sqrt{x-1}} dx$ 3. $\int_{-1}^1 \frac{x^2 + \sin x}{1+x^2} dx$

4. $\int_0^1 \frac{x dx}{\sqrt{1-x^2}}$, 判其收敛性, 若收敛求其值.

四. 试求函数 $y = \frac{\ln x}{x}$ 的单调区间、凸凹区间、极值、最值、渐近线, 并描绘出函数图形. (10 分)

五. 已知曲线 $f(x) = \begin{cases} \cos x, & x \leq 0 \\ ax^2 + b, & x > 0 \end{cases}$, 要求该函数在整个数轴上连续、可导, 问 a, b 分别为多少? (10 分)

六. 求由曲线 $x = y^2$ 与直线 $y = x$ 所围图形绕 x 轴旋转产生的立体的体积. (10 分)

七. 计算曲线 $\rho = (2 + \cos \theta), 0 < \theta < 2\pi$ 所围成的图形的面积. (10 分)

八. 设 $f(x)$ 在 $[a, b]$ 上连续, 在 (a, b) 上可导, 且在 (a, b) 内 $f'(x) < 0$, 试证: 对于 $[a, b]$ 上任意两点 $x_1 < x_2$, 恒有 $f(x_2) > f(x_1)$. (10 分)