昆明理工大学2010年硕士研究生招生入学考试试题(A卷)

考试科目代码：833　　　　　　　　考试科目名称 ：高等代数

试题适用招生专业 ：070102计算数学、070104应用数学、071101系统理论、

071102系统分析与集成

考生答题须知

1. 所有题目（包括填空、选择、图表等类型题目）答题答案必须做在考点发给的答题纸上，做在本试题册上无效。请考生务必在答题纸上写清题号。
2. 评卷时不评阅本试题册，答题如有做在本试题册上而影响成绩的，后果由考生自己负责。
3. 答题时一律使用蓝、黑色墨水笔或圆珠笔作答（画图可用铅笔），用其它笔答题不给分。
4. 答题时不准使用涂改液等具有明显标记的涂改用品。

1. 解方程 $\begin{vmatrix} 1 & 1 & 1 & \cdots & 1 \\ 1 & 1-x & 1 & \cdots & 1 \\ 1 & 1 & 2-x & \cdots & 1 \\ \vdots & & & & \\ 1 & 1 & 1 & \cdots & n-1-x \end{vmatrix}=0$　（15分）

2. 证明：x^8+1 在 $Q[x]$ 中不可约。　（15分）

3. 证明：向量组 $\alpha_1,\alpha_2,\cdots,\alpha_n$ 线性无关的充要条件是向量组 $\alpha_1,\alpha_1+\alpha_2,\cdots,\alpha_1+\alpha_2+\cdots+\alpha_n$ 线性无关。　（15分）

4. A是n阶方阵，α 是n维列向量。证明：

①若 $A^{k-1}\alpha\neq 0$，但 $A^k\alpha=0$，则 $\alpha,A\alpha,\cdots,A^{k-1}\alpha$ 线性无关；

② $rank(A^{n+1})=rank(A^n)$。　（20分）

5. $A=\begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} & \cdots & a_{1n} \\ a_{21} & a_{22} & \cdots & a_{2n} \\ \vdots & & & \\ a_{n1} & a_{n2} & \cdots & a_{nn} \end{pmatrix}$ 是实矩阵，且 $|a_{ii}|>\sum\limits_{j\neq i}|a_{ij}|,i=1,2,\cdots,n$。证明A可逆。　（15分）

6. 解矩阵方程 $AX=A+2X$，$A=\begin{pmatrix} 4 & 2 & 3 \\ 1 & 1 & 0 \\ -1 & 2 & 3 \end{pmatrix}$。　（20分）

7. 设 V_1 与 V_2 分别是方程组 $x_1+x_2+\cdots+x_n=0$ 与 $x_1=x_2=\cdots=x_n$ 的解空间。证明：$P^n=V_1\oplus V_2$。　（15分）

8\. $A=\begin{pmatrix} a & -2 & 0 \\ b & 1 & -2 \\ c & -2 & 0 \end{pmatrix}$的三个特征根是 4，1，-2。求 a, b, c.（15 分）

9\. 求 $A=\begin{pmatrix} 8 & -3 & 6 \\ 3 & -2 & 0 \\ -4 & 2 & -2 \end{pmatrix}$的若当标准形。（10 分）

10\. 设 $\alpha_1,\alpha_2,\cdots,\alpha_n$ 是欧氏空间 V 的一组基，α,β 是 V 中任意两个向量，且 $\alpha=x_1\alpha_1+x_2\alpha_2+\cdots+x_n\alpha_n$, $\beta=y_1\alpha_1+y_2\alpha_2+\cdots+y_n\alpha_n$。证明：这组基是标准正交基的充要条件是$(\alpha,\beta)=x_1y_1+x_2y_2+\cdots x_ny_n$。（10 分）