

昆明理工大学 2010 年硕士研究生招生入学考试试题(A 卷)

考试科目代码: 711

考试科目名称: 单考数学

- 所有题目(包括填空、选择、图表等类型题目)答题答案必须做在考点发给的答题纸上,做在本试题册上无效。请考生务必在答题纸上写清题号。
- 评卷时不评阅本试题册,答题如有做在本试题册上而影响成绩的,后果由考生自己负责。
- 答题时一律使用蓝、黑色墨水笔或圆珠笔作答(画图可用铅笔),用其它笔答题不给分。
- 答题时不准使用涂改液等具有明显标记的涂改用品。

一. 求下列极限。(每小题 10 分, 共计 30 分)

$$1. \lim_{x \rightarrow 0} (1 + 3 \tan x)^{\csc x} \quad 2. \lim_{x \rightarrow 1} \frac{2^x - 2}{x - 1} \quad 3. \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt{1+x^2} - 1}{x^2}$$

二. 求下列函数的导数。(每小题 10 分, 共计 30 分)

$$1. y = \frac{10^x - 1}{10^x + 1}, \text{ 求 } y'$$

2. 求方程 $e^y + xy - e = 0$ 确定的隐函数 y 在 $(1, 1)$ 点处的导数, 即求 $y'|_{(1,1)}$.

$$3. \text{ 求 } \frac{d}{dx} \int_x^{\sin x} e^{-t^2} dt$$

三. 求下列积分。(每小题 10 分, 共计 40 分)

$$1. \int \frac{\sin x}{e^x} dx; \quad 2. \int \frac{x^3}{x^2 + 4} dx; \quad 3. \int_0^\pi \sqrt{1 + \cos 2x} dx$$

$$4. \int_1^2 \frac{x dx}{\sqrt{x-1}}, \text{ 判其收敛性, 若收敛求其值.}$$

四. 试求函数 $y = x^3 - x^2 - x + 1$ 的单调区间、凸凹区间、极值、最值、渐近线, 并描绘出函数图形.

$$f(x) = \begin{cases} x^k \sin \frac{1}{x}, & x \neq 0, \\ 0, & x = 0. \end{cases}$$

五. 当 k 取何值时, 函数

(1) 在 $x=0$ 处连续; (2) 在 $x=0$ 处可导. (10 分)

六. 求由曲线 $y = \sin x (0 \leq x \leq \pi)$ 与 x 轴所围图形绕 x 轴旋转产生的立体的体积. (10 分)

七. 计算曲线 $y = \frac{2}{3} x^{\frac{3}{2}}$ 上相应于 x 从 0 到 1 的一段弧的长度. (10 分)

八. 证明方程 $x = \sin x$ 只有一个实根. (10 分)