

## 昆明理工大学 2011 年硕士研究生招生入学考试试题 (A 卷)

考试科目代码: 616 考试科目名称: 数学分析

试题适用招生专业: 070102 计算数学、070104 应用数学、071101 系统理论、071102

### 系统分析与集成

#### 考生答题须知

1. 所有题目(包括填空、选择、图表等类型题目)答题答案必须做在考点发给的答题纸上,做在本试题册上无效。请考生务必在答题纸上写清题号。
2. 评卷时不评阅本试题册,答题如有做在本试题册上而影响成绩的,后果由考生自己负责。
3. 答题时一律使用蓝、黑色墨水笔或圆珠笔作答(画图可用铅笔),用其它笔答题不给分。
4. 答题时不准使用涂改液等具有明显标记的涂改用品。

1、设  $x_n > 0$ , ( $n=1, 2, \dots$ ) 及  $\lim_{n \rightarrow \infty} x_n = a$ , 用  $\varepsilon - N$  语言证明:  $\lim_{n \rightarrow \infty} \sqrt{x_n} = \sqrt{a}$ . (15 分)

2、设  $f(x)$  在  $[a, b]$  上非负且三阶可导, 方程  $f(x) = 0$  在  $(a, b)$  内有两个不同实根, 证明: 存在  $\xi \in (a, b)$ , 使得  $f^{(3)}(\xi) = 0$ . (15 分)

3、试证:  $x^p - px \leq 1 - p$ , 其中  $x > 0, 0 < p < 1$ . (15 分)

4、设  $f(x)$  连续, 证明:  $\int_1^a f(x^2 + \frac{a^2}{x^2}) \frac{dx}{x} = \int_1^a f(x + \frac{a^2}{x}) \frac{dx}{x}$ . (15 分)

5、用一致连续定义验证:  $f(x) = \sin x^2$  在  $(-\infty, +\infty)$  内不一致连续. (10 分)

6、证明: 若级数  $\sum_{n=1}^{\infty} a_n$ , ( $a_n \geq 0$ ) 收敛, 则  $\sum_{n=1}^{\infty} a_n^2$  也收敛. 反之不成立, 请举出例子. (15 分)

7、求级数  $\sum_{n=1}^{\infty} n(n+2)x^{n-1}$  的收敛区间与和函数. (15 分)

8、设  $u = yf\left(\frac{x}{y}\right) + xg\left(\frac{y}{x}\right)$ ,  $f$  与  $g$  具有二阶连续导数, 求  $x \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + y \frac{\partial^2 u}{\partial x \partial y}$ . (15 分)

9、计算  $\int_{\frac{1}{4}}^{\frac{1}{2}} dy \int_{\frac{1}{2}}^{\sqrt{y}} e^x dx + \int_{\frac{1}{2}}^1 dy \int_y^{\sqrt{y}} e^x dx$ . (10 分)

10、设函数  $f(x)$  在  $(-\infty, +\infty)$  上有连续导数, 试求积分  $\int_L \frac{1+y^2 f(xy)}{y} dx + \frac{x[y^2 f(xy)-1]}{y^2} dy$ ,

其中  $L$  是点  $A(3, \frac{2}{3})$  到点  $B(1, 2)$  的直线段. (10分)

11、计算  $I = \iint_{\Sigma} yz dydz + xz dzdx + (x+y+z) dxdy$ ,

其中  $\Sigma$  为半球面  $x^2 + y^2 + (z-a)^2 = a^2, (0 \leq z \leq a)$  的下侧. (15分)