昆明理工大学 2011 年硕士研究生招生入学考试试题(A 卷)

考试科目代码： 601　考试科目名称 ：高等数学

试题适用招生专业 ：**077402 计算机软件与理论、077501 环境科学**

考生答题须知

1. 所有题目（包括填空、选择、图表等类型题目）答题答案必须做在考点发给的答题纸上，做在本试题册上无效。请考生务必在答题纸上写清题号。
2. 评卷时不评阅本试题册，答题如有做在本试题册上而影响成绩的，后果由考生自己负责。
3. 答题时一律使用蓝、黑色墨水笔或圆珠笔作答（画图可用铅笔），用其它笔答题不给分。
4. 答题时不准使用涂改液等具有明显标记的涂改用品。

一、填空题：（1—10 题，每题 4 分，共 40 分）

（1）若 $\lim\limits_{x\to 0+}\dfrac{2\arctan x-\ln\dfrac{1+x}{1-x}}{x^m}=a(\neq 0)$，则 $m=$ ________ ， $a=$ ________ .

（2）已知 $F(x)=f(f(f(x)))$， $f(0)=1$， $f(1)=2$， $f'(0)=3$， $f'(1)=4$， $f'(2)=5$，则 $F'(0)=$ ____________ .

（3）设 $f(u)$ 连续，则 $\dfrac{d}{dx}\int_a^b f(x+t)dt=$ ________________________ .

（4）设当 $x\to 0$ 时， $F(x)=\int_0^x (x^2-t^2)f(t)dt$ 的导数与 x^2 是等价无穷小，则 $f''(0)=$ __ .

（5）设对于在 $x>0$ 上可微的函数 $f(x)$ 及其反函数 $g(x)$ 满足方程 $\int_0^{f(x)} g(t)dt=\dfrac{1}{3}(x^{\frac{3}{2}}-8)$，则 $f(x)=$ ______________ .

（6）设积分区域 D 是以原点为中心，半径为 r 的圆域，则由二重积分中值定理知，极限 $\lim\limits_{r\to 0+}\dfrac{1}{\pi r^2}\iint\limits_D e^{x^2+y^2}\cos(x+y)dxdy=$ __________ .

（7）积分 $\int_0^1 dx\int_0^{\sqrt{1-x^2}} dy\int_{\sqrt{x^2+y^2}}^{\sqrt{2-x^2-y^2}} zdz$ 在球面坐标下的三次积分为 ____________________________________ .

（8）若 L 是取逆时针方向的单位圆周 $x^2+y^2=1$，则 $\oint_L \dfrac{xdy-ydx}{x^2+y^2}=$ _________ .

（9）级数 $\sum\limits_{n=1}^{\infty}(-1)^{n-1}\dfrac{1}{\sqrt[4]{n}}$ 的敛散性为 _____ .（绝对收敛，条件收敛，发散选一）

（10）微分方程 $y''-4y'+4y=xe^{2x}+\sin x$ 的非齐次特解的形式应设为 $y^*=$ ________________.

二、解答题：（11—21 题，共 110 分，解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤.）

（11）（本题满分 8 分） 求极限 $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{\sin^2 x-x^2\cos^2 x}{x^2\sin^2 x}$.

（12） （本题满分 10 分） 设 $a<x_0<b$，$f(x)$ 在点 x_0 处满足 $f(x_0)=f'(x_0)=0$，而 $\varphi(x)$ 在 $[a,b]$ 上连续，证明 $F(x)=f(x)\varphi(x)$ 在点 x_0 处可导，并求其导数值.

（13）（本题满分 10 分） 计算不定积分 $\displaystyle\int\frac{\cot x}{(1+\sin x)^2}dx$.

（14）（本题满分 8 分）求两平面曲线 $y=e^x+e^{-x^2}$，$y=\dfrac{x^2}{2}+e^{-x^2}$ 与两直线 $x=0$，$x=1$ 所围平面图形的面积.

（15）（本题满分 10 分） 设 $f(x,y,z)=x^3y^2z^2$，$z=z(x,y)$ 由方程 $x^3+y^3+z^3-3xyz=0$ 所确定，令 $F(x,y)=f(x,y,z(x,y))$，求 $\dfrac{\partial F}{\partial x}$.

（16）（本题满分 12 分） 设 $f(x,y)=\begin{cases}1,0\le x\le 1,0\le y\le 1\\ 0,else\end{cases}$，$D$ 是由直线 $x=0$，$y=0$ 及 $x+y=t$ 所围有界闭区域，试计算 $F(t)=\displaystyle\iint_D f(x,y)dxdy$.

（17）（本题满分 10 分） 已知曲线积分 $I=\displaystyle\oint_L y^3dx+(3x-x^3)dy$，其中 L 为圆 $x^2+y^2=R^2$ 的正向，求：（1） R 为何值时 $I=0$；（2）求 I 的最大值.

（18）（本题满分 10 分）设 Σ 是 yOz 面上的曲线 $z=e^y$（$0\le y\le a$）绕 z 轴旋转一周后所得曲面的下侧，求 $\displaystyle\iint_\Sigma 4zxdydz-2zydzdx+(1-z^2)dxdy$.

（19）（本题满分 12 分） 试求幂级数 $\displaystyle\sum_{n=1}^{\infty}\frac{1}{4^n(2n+1)}x^{2n+1}$ 的收敛域及其和函数.

（20）（本题满分 12 分） 试求微分方程 $y''-4y'+3y=3$ 的积分曲线，使其在点 $M_0(0,4)$ 处与直线 $x-y+4=0$ 处相切.

（21）（本题满分 8 分）设 $\varphi(x)$ 为可微函数 $y=f(x)$ 的反函数，且 $f(1)=0$，证明

$$\int_0^1\left[\int_0^{f(x)}\varphi(t)dt\right]dx=2\int_0^1 xf(x)dx.$$