

考试科目代码: 837

考试科目名称: 高等代数

试题适用招生专业: 070102 计算数学 070103 概率论与数理统计 070104 应用数学 071101 系统理论 071102 系统分析与集成

**考生答题须知**

1. 所有题目(包括填空、选择、图表等类型题目)答题答案必须做在考点发给的答题纸上,做在本试题册上无效。请考生务必在答题纸上写清题号。
2. 评卷时不评阅本试题册,答题如有做在本试题册上而影响成绩的,后果由考生自己负责。
3. 答题时一律使用蓝、黑色墨水笔或圆珠笔作答(画图可用铅笔),用其它笔答题不给分。
4. 答题时不准使用涂改液等具有明显标记的涂改用品。

1、(10 分) 求  $x^2 + 2ax + a^2$  整除  $x^3 - 3bx + 2c$  的条件。

2、(15 分) 求  $D = \begin{vmatrix} x_1 + 1 & x_1 + 2 & \cdots & x_1 + n \\ x_2 + 1 & x_2 + 2 & \cdots & x_2 + n \\ \cdots & \cdots & \cdots & \cdots \\ x_n + 1 & x_n + 2 & \cdots & x_n + n \end{vmatrix}$ 。

3、(20 分) 设方程组  $\begin{cases} a_{11}x_1 + a_{12}x_2 + \cdots + a_{1n}x_n = 0 \\ a_{21}x_1 + a_{22}x_2 + \cdots + a_{2n}x_n = 0 \\ \cdots \quad \cdots \quad \cdots \\ a_{s1}x_1 + a_{s2}x_2 + \cdots + a_{sn}x_n = 0 \end{cases}$  的解是方程

$b_1x_1 + b_2x_2 + \cdots + b_nx_n = 0$  的解, 令  $\alpha_i = (a_{i1}, a_{i2}, \cdots, a_{in})$ ,  $i = 1, 2, \cdots, s$ ,  $\beta = (b_1, b_2, \cdots, b_n)$ , 证明:  $\beta$  可以由  $\alpha_1, \alpha_2, \cdots, \alpha_s$  线性表示。

4、(10 分) 设  $A, B, C$  是  $n$  阶方阵, 且  $B = E + AB$ ,  $C = A + CA$ 。证明:

$$B - C = E。$$

5、(15 分) 求  $A = \begin{pmatrix} 1 & 1 & -1 \\ 2 & 1 & 0 \\ 1 & -1 & 0 \end{pmatrix}$  的逆矩阵。

6、(20 分) 设  $V$  是数域  $F$  上全体  $n$  阶方阵构成的空间,  $V_1$  是  $V$  中全体对称方阵构成的子空间,  $V_2$  是  $V$  中全体反对称方阵构成的子空间。证明:  $V = V_1 \oplus V_2$ 。

7、（15分）设  $\alpha_1, \alpha_2, \dots, \alpha_n$  是线性空间  $V$  中一组向量， $T$  是  $V$  的一个线性变换。

证明：  $T(L(\alpha_1, \alpha_2, \dots, \alpha_n)) = L(T\alpha_1, T\alpha_2, \dots, T\alpha_n)$ 。

8、（15分）设  $T$  是线性空间  $V$  的一个可逆线性变换， $V_1$  与  $V_2$  是  $V$  的两个子空间，

且  $V = V_1 \oplus V_2$ 。证明：  $V = TV_1 \oplus TV_2$ 。

9、（10分）设  $A = \begin{pmatrix} a & 0 & 0 \\ 0 & a & 1 \\ 0 & 0 & a \end{pmatrix}$ ,  $B = \begin{pmatrix} a & 1 & 0 \\ 0 & a & 1 \\ 0 & 0 & a \end{pmatrix}$ 。证明：  $A$  与  $B$  不相似。

10、（20分）在  $R[x]_4$  中定义内积为  $(f(x), g(x)) = \int_{-1}^1 f(x)g(x)dx$ 。求  $R[x]_4$  的一组标准正交基。