

云南大学 2003 年硕士研究生入学考试试题

考试科目：《量子力学》

专业：理论物理、凝聚态物理、系统分析与集成、粒子物理与原子核物理

一、简答以下量子力学问题，要求附以相应的数学表达式。

(共 5 题，每题 8 分，共 40 分)

- 1、微观粒子的波粒二象性，并写出德布罗意关系式。
- 2、太迭加原理。
- 3、写出微观单粒子在势场中运动的含时薛定谔方程和定态薛定谔方程，并指出波函数一般应满足的三个基本条件。
- 4、写出几率流密度 J 与几率密度 ω 的数学表达式以及二者所满足的方程，并说明该方程的意义。
- 5、说明量子力学中力学量的测量值及平均值，并写出力学量平均值的计算公式。

二、若粒子在 $[0, a]$ 之间的一维无限深势阱中运动，波函数为

$$\varphi(x) = \begin{cases} A \sin \frac{\pi}{a} x & 0 < x < a \\ 0 & x < 0, x > a \end{cases}$$

求：(1) 归一化常数 A 和对应于波函数的粒子能量 E ；

(2) 几率密度最大的位置；

(3) 在 $\left[0, \frac{a}{2}\right]$ 间发现粒子的几率；

(4) $\overline{x}, \overline{x^2}$ 和 $\overline{p}, \overline{p^2}$ 。(共 24 分)

三、已知氢原子能级公式为 $E_n = -\frac{\mu e_s^4}{2\eta^2 n^2}$ ，设氢原子处于状态

$$\psi(r, \theta, \varphi) = \frac{1}{2} R_{21}(r) Y_{10}(\theta, \varphi) - \frac{\sqrt{3}}{2} R_{21}(r) Y_{1-1}(\theta, \varphi)$$

求氢原子能量、角动量平方及角动量 z 分量的可能值，这些可能值出现的几率和这些力学量的平均值。（共 22 分）

四、 $l=1$ 时， l 在 (\hat{l}^2, l_x) 表象中矩阵形式为

$$l_x = \frac{\hbar}{\sqrt{2}} \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \end{bmatrix}$$

求它的本征值和归一化的本征函数。（共 22 分）

五、在 H_0 表象中， $H = H_0 + H'$ 的矩阵表为

$$\begin{bmatrix} E_1^{(0)} + \varepsilon_1 & a & b \\ a & E_2^{(0)} + \varepsilon_2 & c \\ b & c & E_3^{(0)} + \varepsilon_3 \end{bmatrix} \quad E_1^{(0)} < E_2^{(0)} < E_3^{(0)}$$

试用微扰动求体系的能量，至二级修正。（共 22 分）

六、设量子体系的束缚态能级和归一化能量本征态分别为 E_n 和 Ψ_n ，设 λ 为哈密顿算符 \hat{H} 含有的任何一个参数。证明

$$\frac{\partial E_n}{\partial \lambda} = \langle \Psi_n | \frac{\partial \hat{H}}{\partial \lambda} | \Psi_n \rangle \quad (\text{共 20 分})$$