2004年云南大学硕士研究生入学考试试题

专业：基础数学、计算数学、应用数学、运筹学与控制论　　考试科目：《数学分析》

一、（20分）已知$f(x)=\left(\frac{a_1^x+a_2^x+\cdots+a_n^x}{n}\right)^{\frac{1}{x}}$，其中$a_1,a_2,\cdots,a_n$为n个正实数，求极限（1）$\lim\limits_{x\to 0}f(x)$；（2）$\lim\limits_{x\to\infty}f(x)$

二、（10分）证明：函数$f(x)=e^x\cos\frac{1}{x}$在（0，1）内非一致连续。

三、（10分）求证不等式$\frac{\sin x}{x}>\frac{x}{\tan x},x\in(0,\frac{\pi}{2})$

$$x=3t^2+2t+3$$

四、（15 分）设 y=y(x)是由方程组$\begin{cases}x=3t^2+2t+3\\ e^y\sin t-y+1=0\end{cases}$所确定的隐函数，求微分$dy\big|_{t=0}$和$d^2y\big|_{t=0}$

五、（15 分）设函数 $f(x)$在$[a,b]$上连续，在（a,b）内二阶可导，弦$AB(A(a,f(a)),B(b,f(b)))$与曲线$y=f(x)$相交于点$C(c,f(c)),c\in(a,b)$, 证明：在（a,b）内至少存在一点ξ，使得$f''(\xi)=0$

六、（15分）将函数$f(x)=\ln(4x-x^2)$在x=1处展开为幂级数，并求出其收敛域。

七、（20分）设$u=x^3f(xy,\frac{y}{x})$,其中f具有连续的二阶偏导数，求$\frac{\partial u}{\partial x},\frac{\partial u}{\partial y},\frac{\partial^2 u}{\partial y^2},\frac{\partial^2 u}{\partial x\partial y}$

八、（15分）设$x_i>0(i=1,2,\cdots,n)$, 且$x_1+x_2+\cdots+x_n=a$, 求函数$u=\sqrt[n]{x_1x_2\cdots x_n}$的最大值，并证明不等式$\sqrt[n]{x_1x_2\cdots x_n}\le\frac{x_1+x_2+\cdots+x_n}{n}$

九、（15分）计算积分$\iiint\limits_V\left[(z-y)^2+(y-x)^2+(x-z)^2\right]dxdydz$, 其中区域v由不等式$\sqrt{x^2+y^2}\le z\le 1$表示

十、（15 分）计算积分$I=\oint_L(y+1)dx+(z+2)dy+(x+3)dz$, 其中 L 为圆周$\begin{cases}x^2+y^2+z^2=R^2\\ x+y+z=0\end{cases}$,从x轴正向看去，L为逆时针方向