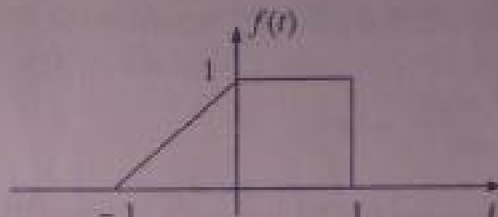
入学考试自命题科目试题（A卷）

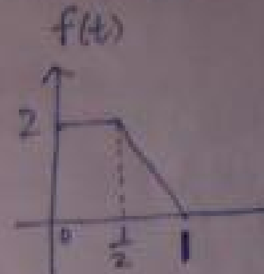
（考生注意：全部答案必须写在答题纸上，否则后果自负！）

考试科目名称：信号与系统　　　　考试科目代码：828

（注：本试题中 $\delta(t)$、$\varepsilon(t)$ 分别表示冲激信号和单位阶跃信号，$\delta(k)$、$\varepsilon(k)$ 分别表示单位样值序列和单位阶跃序列）

一、连续信号 $f(t)$ 的波形如下图所示，绘出信号 $2f(-2t+1)$ 的时域波形。（10分）





二、求下列信号的变换。（每小题5分，共20分）

（1）已知 $F(j\omega)=5\cos(3\omega)$，求其傅里叶逆变换 $f(t)$。

（2）已知 $f(t)=e^{-2t}\cos(t-1)\varepsilon(t-1)$，求其拉普拉斯变换 $F(s)$。

（3）已知 $f(k)=(\frac{1}{2})^k\cos(\frac{k\pi}{2})\varepsilon(k)$，求其 z 变换 $F(z)$。

（4）已知单边拉普拉斯变换 $F(s)=\dfrac{s+5}{s^3+2s^2+5s}$，求其逆变换 $f(t)$。

$\cos(t)\varepsilon(t)\longleftrightarrow\frac{s}{s^2+1}$

$\cos(t-1)\varepsilon(t-1)\longleftrightarrow e^{-s}\frac{s}{s^2+1}$

$\cos(t-1)\varepsilon(t-1)\longleftrightarrow e^{-(s+2)}\frac{s+2}{(s+2)^2+1}$

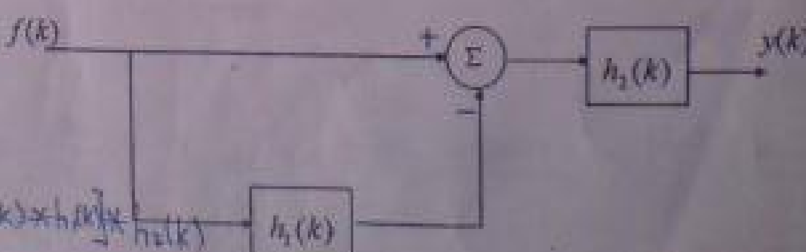
$F(s)=$

(3) $\cos(\beta k)\varepsilon(k)\longleftrightarrow$

$\cos(\frac{k\pi}{2})\varepsilon(k)\longleftrightarrow$

$(\frac{1}{2})^k\cos(\frac{k\pi}{2})\varepsilon(k)\longleftrightarrow$

三、下图所示系统中，两子系统的单位序列响应分别为 $h_1(k)=\delta(k-2)$，$h_2(k)=\varepsilon(k)$。求整个系统的单位序列响应 $h(k)$。（10分）



解：$h(k)=[\delta(k)-\delta(k)*h_1(k)]*h_2(k)$

$=\delta(k)*h_2(k)-\delta(k)*h_1(k)*h_2(k)$

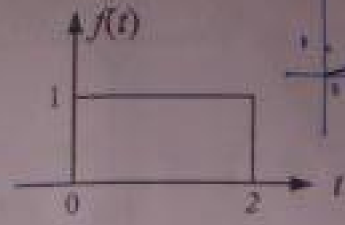
$=\varepsilon(k)-\varepsilon(k-2)$

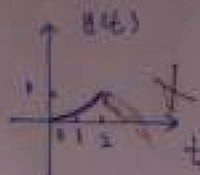
<18>

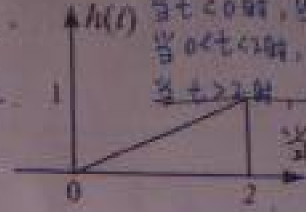
四、某 LTI 连续系统的输入信号 $f(t)$ 和冲激响应 $h(t)$ 如下图所示，求系统的零状态响应 $y(t)$，并画出其时域波形。（10 分）

系统的零状态响应等于系统的冲激响应与输入信号的卷积

$y(t)=h(t)*f(t)$







当 $t<0$ 时，$y(t)=0$

当 $0<t<2$ 时，$y(t)=\frac{1}{4}t^2$

~~当 $t>2$ 时，$y(t)=0$~~

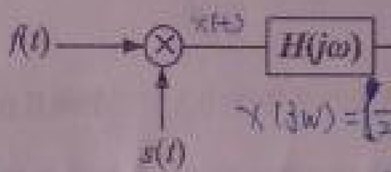
当 $2<t<4$ 时 $-\frac{1}{4}t^2+t$

当 $t>4$ 时，$y(t)=0$

五、在下图 (a) 所示的系统中，已知输入信号 $f(t)=Sa(\omega_c t)$，$s(t)=\cos(\omega_0 t)$，且 $\omega_0 >> \omega_c$，$H(j\omega)=H(\omega)e^{j\varphi(\omega)}$ 如图 (b) 所示，求该系统的输出 $y(t)$。（20 分）

解：$x(t)=f(t)s(t)$　　$s(t)=\cos(w_0 t)\leftrightarrow \pi[\delta(w+w_0)+\delta(w-w_0)]$

$f(t)=\frac{\sin w_c t}{w_c t}\leftrightarrow \frac{\pi}{w_c}g_{2w_c}(w)$

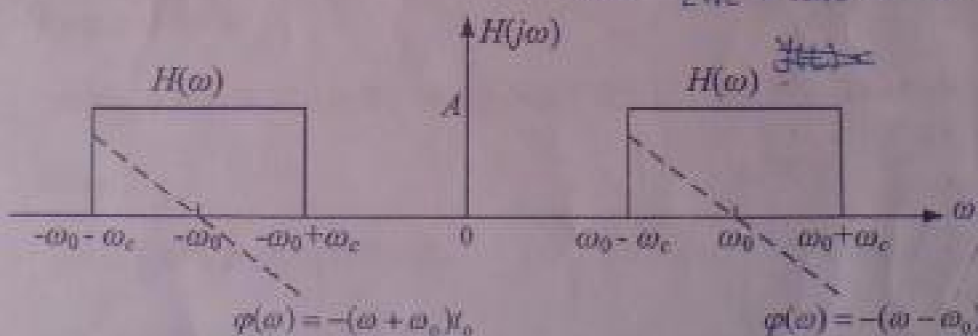


(a)

$X(jw)=\frac{1}{2\pi}\left[\frac{\pi}{w_c}g_{2w_c}(w)\right]*\pi[\delta(w+w_0)+\delta(w-w_0)]$

$=\frac{\pi}{2w_c}[g_{2w_c}(w+w_0)+g_{2w_c}(w-w_0)]$

$Y(jw)=\frac{A\pi}{2w_c}[g_{2w_c}(w+w_0)+g_{2w_c}(w-w_0)]$



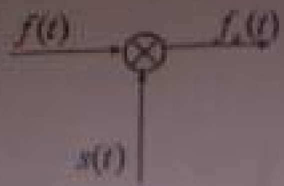
(b)

$Y(jw)=\underbrace{\frac{A}{2w_c}[g_{2w_c}(w)]}_{\leftrightarrow\ \frac{A}{2\pi}Sa(w_c t)} * \underbrace{\pi[\delta(w+w_0)+\delta(w-w_0)]}_{\cos(w_0 t)}$

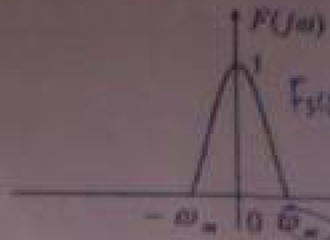
<19>

$\therefore y(t)=\frac{A}{2\pi}Sa(w_c t)\cos(w_0 t)$

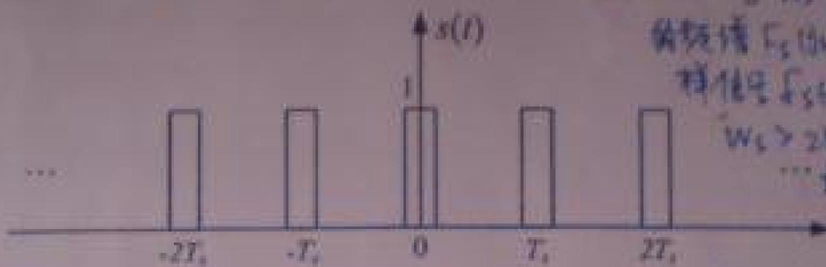
六、信号采样过程如下图 (a) 所示，其中 $s(t)$ 为图 (c) 所示的周期脉冲信号，设信号 $f(t)$ 的傅里叶变换为 $F(j\omega)$。



(a)



(b)



(c)

(1) 解：设脉冲信号的脉宽为 τ，$(\tau < T_s)$

$S(jw) = \frac{2\pi\tau}{T_s}\sum_{n=-\infty}^{\infty} Sa\left(\frac{nw_s\tau}{2}\right)\delta(w-nw_s)$

$F_s(jw) = \frac{1}{2\pi}F(jw) * \frac{2\pi\tau}{T_s}\sum_{n=-\infty}^{\infty} Sa\left(\frac{nw_s\tau}{2}\right)$

$= \frac{\tau}{T_s}\sum_{n=-\infty}^{\infty} Sa\left(\frac{nw_s\tau}{2}\right)F[j(w-nw_s)]$

（其中 $W_s = \frac{2\pi}{T_s}$）

(2) 当 $W_s \geq 2W_m$ 时，抽样信号的频谱 $F_s(jw)$ 不会出现混叠，从而能从抽样信号 $f_s(t)$ 中恢复原信号 $f(t)$

$W_s > 2W_m$，其中 W_m 为信号 $f(t)$ 的最高频率，因此抽样周期

$T_s < \frac{\pi}{W_m}$

选择一个理想低通滤波器，其频率响应幅度为 T_s，截止频率为 W_c（$W_m < W_c \leq \frac{W_s}{2}$）

（1）求出信号 $s(t)$ 及采样信号 $f_s(t)$ 的傅里叶变换 $S(j\omega)$ 及 $F_s(j\omega)$。

即 $H(jw) = \begin{cases} T_s, & |w| \\ 0, & |w| \end{cases}$

（2）若 $F(j\omega)$ 如图 (b) 所示，当采样周期 T_s 满足什么条件时，可以从 $f_s(t)$ 中无失真地恢复出信号 $f(t)$，如何恢复？

$F(jw) = F_s(jw)H(jw)$

即恢复了原信号的频谱函数。

（本题共 20 分）

七、二阶系统系统函数 $H(s)$ 的零、极点分布如下图所示，并且已知当 $s=0$ 时，$H(0)=2$。

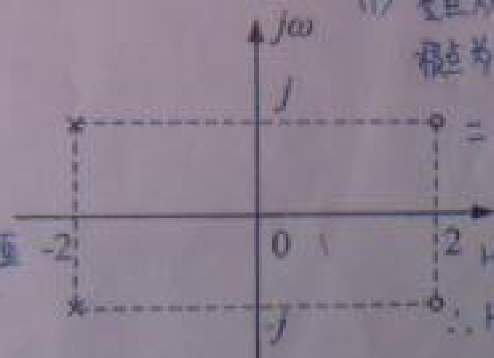
(1) 零点为 $2 \pm j$，极点为 $-2 \pm j$

设 $H(s)$

$= \frac{k_1(s-2\mp j)}{(s+2\mp j)(s\ldots}$

已知当 $s=0$ 时 $H(0)=2$，解得 k

$\therefore H(s) = \frac{2s^2-8s\ldots}{s^2+4s\ldots}$



（1）求系统函数 $H(s)$）的表示式。

（2）该系统稳定吗？为什么？

2) 稳定，因为 $H(s)$ 的极点全部位于左半平面

（3）求出系统的频率响应 $H(j\omega)$。

（4）绘出系统幅频特性曲线，并分

3) $H(jw) = \frac{2(jw)^2 - 8(jw) + 10}{(jw)^2 + 4(jw) + 5}$ （因为极点的实部 $\sigma_0 < 0$，$Re(s) > \sigma_0$，所以 $H(jw) = H(s)|_{s=jw}$

<20>

 析系统频率特性。

（本题共 20 分）

八、已知某 LTI 离散系统当输入 $f(k)=\varepsilon(k)$ 时，其零状态响应为

$$y(k)=[2-(\frac{1}{2})^k+(-\frac{3}{2})^k]\varepsilon(k)$$

解 $f(k)=\varepsilon(k)$ $F(z)=\frac{z}{z-1}$

$y(k)=[2-(\frac{1}{2})^k+(-\frac{3}{2})^k]\varepsilon(k)$

$Y(z)=\frac{2z}{z-1}-\frac{z}{z-\frac{1}{2}}+\frac{z}{z+\frac{3}{2}}$

（1）求该系统的系统函数 $H(z)$ 及单位序列响应 $h(k)$。

$H(z)=\frac{Y(z)}{F(z)}=\frac{2+0.5z^{-2}}{1+z^{-1}-0.75z^{-2}}$

（2）求描述该系统的差分方程，并绘出系统的 z 域框图。

（本题共 20 分）

$y(k)+y(k-1)-0.75y(k-2)=2f(k)+0.5f(k-2)$

九、描述某离散时间系统的差分方程为

$$y(k)-\frac{1}{4}y(k-2)=f(k)$$

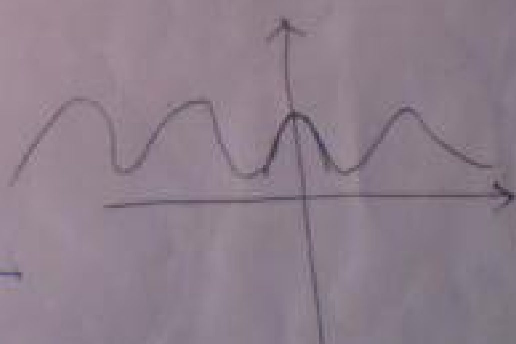
（1）求出该系统的频率响应，粗略绘出系统的幅频特性曲线。

（2）若系统的输入信号 $f(k)$ 由如下连续时间信号的采样序列组成

$$f(t)=5\cos(10\pi t-\frac{1}{4})$$

求当信号采样频率 f_s 分别为 $10Hz$ 和 $20Hz$ 时，系统的离散时间输出 $y(k)$。

（本题共 20 分）



解，(1) $Y_{zs}(z)-\frac{1}{4}z^{-2}Y_{zs}(z)=F(z)$

$H(z)=\frac{Y_{zs}(z)}{F(z)}=\frac{1}{1-\frac{1}{4}z^{-2}}=\frac{4z^2}{4z^2-1}$

$H(e^{j\theta})=\frac{4e^{j2\theta}}{4e^{j2\theta}-1}=\frac{4}{4-e^{-j2\theta}}$

$|H(e^{j\theta})|=\left|\frac{4}{4-(\cos2\theta-j\sin2\theta)}\right|=\left|\frac{4}{4-\cos2\theta+j\sin2\theta}\right|=\frac{4}{\sqrt{17-8\cos2\theta}}$