云南大学 2008 年招收攻读硕士学位研究生

入学考试自命题科目试题（A 卷）

（考生注意：全部答案必须写在答题纸上，否则后果自负！）

考试科目名称：信号与系统　　　　　　　考试科目代码：827

（注：本试题中 $\delta(t)$、$\varepsilon(t)$ 分别表示单位冲激信号和单位阶跃信号，$\delta(k)$、$\varepsilon(k)$ 分别表示单位脉冲序列和单位阶跃序列）

一、已知 LTI 离散系统的单位阶跃响应 $g(k)$ 如下图 (a) 所示。求当输入信号为如图 (b) 所示的离散序列 $f(k)$ 时，系统的零状态响应 $y(k)$，并画出 $y(k)$ 的序列波形图。（10 分）

解：若已知系统的阶跃响应是 $g(k)$，那么系统的单位序列响应为 $h(k)=g(k)-g(k-1)$，其图形为

$y(k)=h(k)*f(k)$

$=\sum_{i=-\infty}^{\infty} f(i)h(k-i)$

$y(0)=f(0)\cdot h(0)=3$

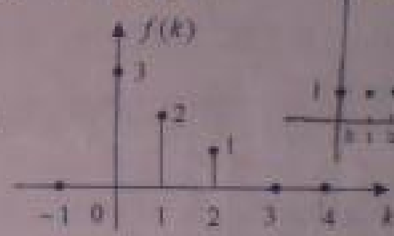
$y(1)=f(1)h(0)+h(1)f(0)=5$

$y(2)=f(0)h(2)+f(1)h(1)+f(2)h(0)=6$

$y(3)=f(1)h(2)+f(2)h(1)=3$

$y(4)=f(2)h(2)=1$

(a)



(b)

二、已知某连续 LTI 系统的冲激响应 $h(t)=\dfrac{\sin(3\pi t)}{\pi t}$，$-\infty<t<+\infty$。

（1）求该系统的频率响应 $H(j\omega)$，绘出其频率响应曲线，分析系统的频率特性。该系统是因果系统吗？为什么？

（2）求当输入信号为周期信号 $f(t)=\sum_{n=-\infty}^{\infty}\delta(t-n)$ 时（n 为整数），该系统的零状态响应 $y(t)$，并给出 $y(t)$ 的频谱。

（本题共 20 分，每小题 10 分）

(1) 解：假设宽度为 2 的门函数的傅里叶变换为 $Sa(w)$，即

$\frac{1}{2}g_2(t)\longleftrightarrow Sa(w)$

由傅里叶对称性，得 $Sa(t)\longleftrightarrow \pi g_2(w)$

由尺度变换可得 $Sa(3\pi t)\longleftrightarrow \frac{1}{3}g_2(\frac{w}{3\pi})$

$\frac{\sin(3\pi t)}{\pi t}\longleftrightarrow g_{6\pi}(w)$

不是因果系统

(2) $y(t)=h(t)*f(t)$

~~$h(t)*f(t)\leftrightarrow H(w)F(w)$~~

~~$H(w)F(w)=g_{6\pi}(w)$~~

$=\frac{\sin(3\pi t)}{\pi t}*\sum_{n=-\infty}^{\infty}\delta(t-n)$

~~$\sum_{n=-\infty}^{\infty}\delta(t-n)\leftrightarrow\sum_{n=-\infty}^{\infty}\delta(w-n)$~~

$\sum_{n=-\infty}^{\infty}\delta(t-n)=2\pi\sum_{-\infty}^{\infty}\delta(w-2\pi n)$

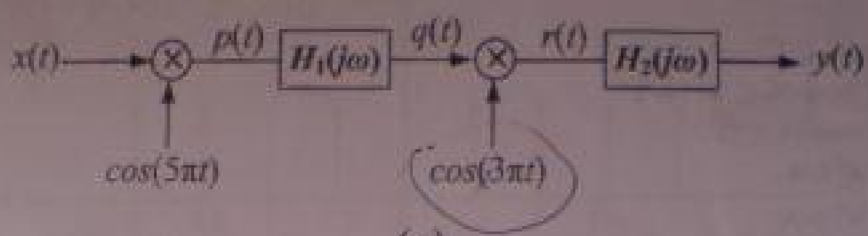
$=\sum_{n=-\infty}^{\infty}\frac{\sin[3\pi(t-n)]}{\pi(t-n)}=\sum_{n=-\infty}^{\infty}3Sa[\ldots]$

$Y(jw)=H(jw)F(jw)$

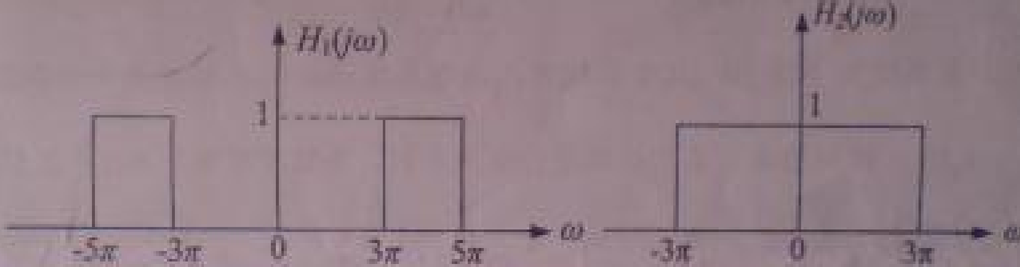
$=g_{6\pi}(w)\cdot\sum_{-\infty}^{\infty}\delta(w-n)$

~~$Y(jw)$ 是一些直线组合~~

三、下图(a)所示系统中，$H_1(j\omega)$和$H_2(j\omega)$如图(b)所示，输入信号$x(t)$的频谱如图(c)所示。请分别绘出信号$p(t)$、$q(t)$、$r(t)$和$y(t)$的频谱$P(j\omega)$、$Q(j\omega)$、$R(j\omega)$及$Y(j\omega)$，分析系统的频率特性。（20 分）



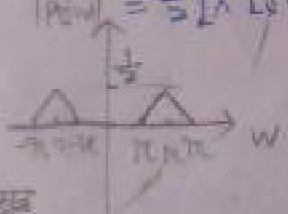
(a)

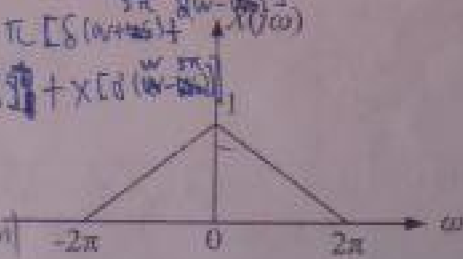


(b)

解：$P(jw)=\frac{1}{2\pi}X(jw)*\pi[\delta(w+5\pi)+\delta(w-5\pi)]$

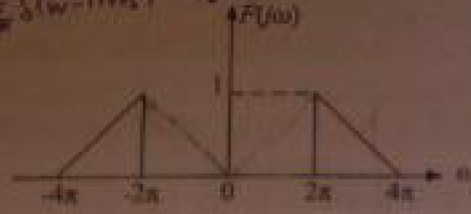
$|P(jw)|=\frac{1}{2}[X[\delta(w+5\pi)]+X[\delta(w-5\pi)]]$





(c)

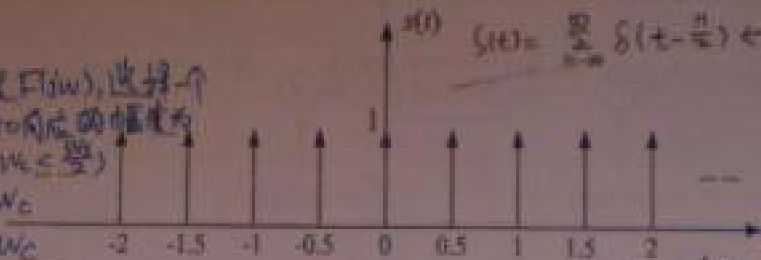
四、信号$f(t)$的频谱如下图(a)所示。现将该信号输入图(b)所示系统进行理想冲激抽样，其中信号$s(t)$如图(c)所示。请画出信号$f_s(t)$的频谱图。可以从$f_s(t)$中无失真地恢复出信号$f(t)$吗？如果可以，如何恢复？（20 分）



(a)

(b)

$\delta(t)=\sum_{n=-\infty}^{\infty}\delta(t-\frac{n}{2}) \longleftrightarrow 4\pi\sum_{n=-\infty}^{\infty}\delta(w-4\pi n)$



$W_s=4\pi$

(c)

可从 $F_s(jw)$ 中无失真地恢复 $F(jw)$，选择一个理想低通滤波器，其频率响应的幅度为 T_s，截止频率为 W_c ($W_m<W_c<\frac{W_s}{2}$)

$H(jw)=\begin{cases}T_s, & |w|<W_c \\ 0, & |w|>W_c\end{cases}$

$F(jw)=F_s(jw)H(jw)$，即可恢复原信号

五、某系统如下图示，其中系统输入为电压信号 $u_s(t)$，输出为电容两端电压 $u_c(t)$。请问当 R、L 和 C 满足什么关系时，系统冲激响应 $h(t)$ 不发生振荡。（20 分）

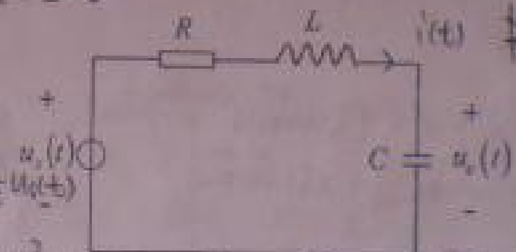
$i(t)=Cu_c'(t)$ $\quad u_L(t)=L\frac{di(t)}{dt}=LCu_c''$

$u_s(t)=u_R+u_L(t)+u_c(t)$

$=RCu_c'(t)+LCu_c''+u_c(t)$

$u_c''+\frac{R}{L}u_c'(t)+\frac{1}{LC}u_c(t)=\frac{1}{LC}u_s(t)$

$u_c''+2\alpha u_c'(t)+w_0^2u_c(t)=w_0^2u_s(t)$ $\quad$ 其中 $\alpha=\frac{R}{2L}$ $\quad W_0=\sqrt{\frac{1}{LC}}$



六、已知某连续因果 LTI 系统输入为 $f(t)=e^{-2t}\varepsilon(t)$ 时，其零状态响应为 $y(t)=(\frac{2}{3}e^{-2t}+\frac{1}{3}e^{-t})\varepsilon(t)$。求：

解：(1) $f(t)=e^{-2t}\varepsilon(t)$ $\quad F(s)=\frac{1}{s+2}$

$y(t)=(\frac{2}{3}e^{-2t}+\frac{1}{3}e^{-t})\varepsilon(t)$ $\quad Y(s)=(\frac{2}{3}\frac{1}{s+2}+\frac{1}{3}\ldots$

（1）系统的系统函数 $H(s)$；

则 $H(s)=\frac{Y(s)}{F(s)}=\frac{s+\frac{4}{3}}{s+1}=1+\frac{\frac{1}{3}}{s+1}$

（2）系统的冲激响应 $h(t)$；

(2) $h(t)=[\delta(t)+\frac{1}{3}e^{-t}]\varepsilon(t)$

分母、分子各系数对应输出与微分系数一一对应

（3）描述系统的微分方程；

(3) $y'(t)+y(t)=f'(t)+\frac{4}{3}f(t)$

（4）系统的频率响应，粗略绘出系统的幅频特性曲线。

（本题共 20 分，每小题 5 分）

(4) $H(jw)=\sqrt{\frac{8}{9}\left(\frac{w^2+2}{w^2+1}\right)}$

<10>

七、某离散系统的系统函数 $H(z)$ 的零、极点分布如下图所示（共有 2 个极点，1 个零点），且知 $H(0)=-3$。

（1）求出该系统的系统函数 $H(z)$ 及单位序列响应 $h(k)$；

（2）求出系统的频率响应 $H(e^{j\theta})$，粗略绘出系统的幅频响应曲线，并说明系统属于高通、低通还是带通滤波器。

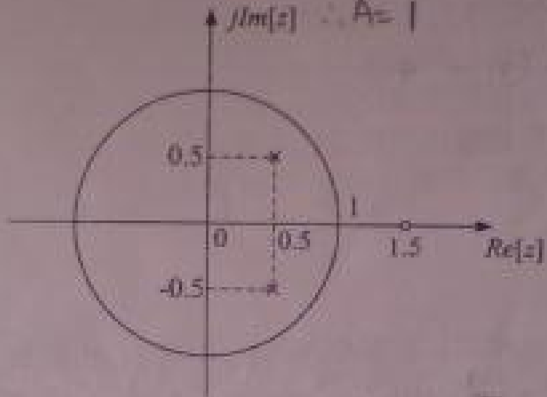
（本题共 20 分，每小题 10 分）

$H(z)=\dfrac{A(z-1.5)}{(z-0.5+0.5j)(z-0.5-0.5j)}$

$H(0)=-3$

$\delta(k)\leftrightarrow$

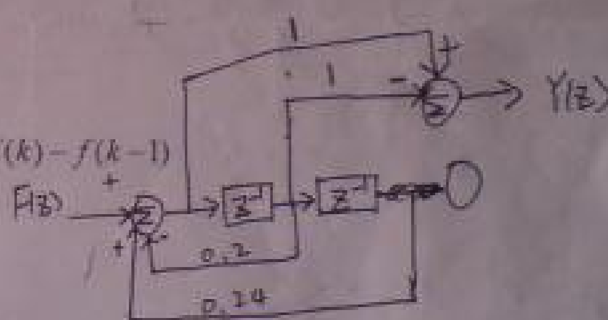
$\therefore A=1$



八、已知某 LTI 离散系统的差分方程为

$$y(k)+0.2y(k-1)-0.24y(k-2)=f(k)-f(k-1)$$

（1）画出该系统的 z 域框图；(1)



（2）求该系统的系统函数 $H(z)$；

（3）画出系统的零、极点分布图，判断系统的稳定性；

（4）求当激励 $f(k)=(-1)^k\varepsilon(k)$ 时，系统的零状态响应 $y(k)$。

（本题共 20 分，每小题 5 分）

(2) $Y_{zs}(z)+0.2z^{-1}Y_{zs}(z)-0.24z^{-2}Y_{zs}(z)=F(z)-z^{-1}F(z)$

$H(z)=\dfrac{Y_{zs}(z)}{F(z)}=\dfrac{1-z^{-1}}{1+0.2z^{-1}-0.24z^{-2}}=\dfrac{z(z-1)}{(z+0.6)(z-0.4)}$

(3) $H(z)$的零点为 $0,1$，极点为 $-0.6, 0.4$

极点位于单位圆内，是稳定系统

(4) $f(k)=(-1)^k\varepsilon(k)$

<1> $F(z)=\dfrac{z}{z+1}$

$Y(z)=H(z)F(z)=\dfrac{z^2(z-1)}{(z+0.6)(z-0.4)(z+1)}$

$Y(z)=\dfrac{k_1}{z+0.6}+\dfrac{k_2}{z-0.4}+\dfrac{k_3}{\ldots}$