2000 年西南交通大学离散数学试题

2000 年西南交通大学离散数学试题

一、分别用三种方法证明 $(P\to Q)\to Q \Rightarrow P\vee Q$ （10分）

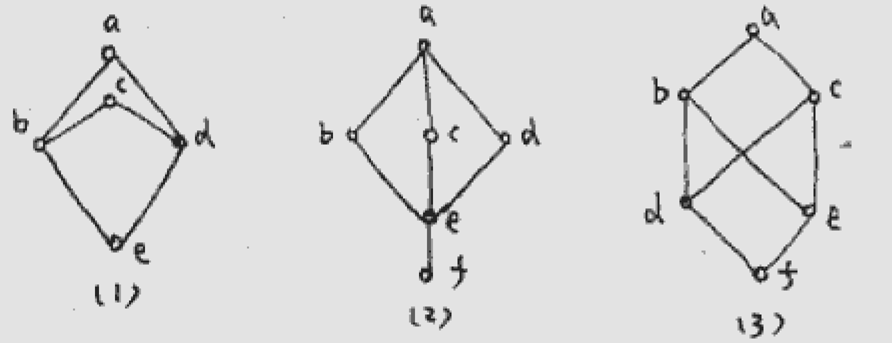
二、证明：$(\exists x F(x)\to \forall y((F(y)\vee G(y))\to R(y)))$
$\wedge \exists x F(x) \Rightarrow \exists x R(x)$ （10分）

三、画出下列集合上整除关系的哈斯图，并指出它们的最大元，极大元，最小元，极小元

1) $\{1,2,3,4,6,8,12,24\}$

2) $\{2,3,4,8,9,10,11\}$ （10分）

四、下列偏序集是否构成格？简要说明原因。



五、设 $V_1=\langle\{0,1,2\},\circ\rangle$，$V_2=\langle\{0,1\},*\rangle$，其中 $\circ$ 为模3加法，$*$ 为模2乘法

1) 给出积代数 $V_1\times V_2$ 的运算表；

2) 讨论该积代数中运算的可交换性，幂等性，是否有单位元，指出 $V_1\times V_2$ 中有逆元素的元素并指出其逆元。 (10分)

六、设 $\langle H,\circ\rangle$ 是 $\langle G,\circ\rangle$ 的一个子群，在 G 上定义关系 R 为：$\forall a,b\in G$，$\langle a,b\rangle\in R$ 当且仅当 $\exists h\in H$，$a=b\circ h$。证明 R 为 G 上的一个等价关系。 (10分)

七、设 $G=\left\{\begin{pmatrix}1&0\\0&1\end{pmatrix},\begin{pmatrix}-1&0\\0&-1\end{pmatrix},\begin{pmatrix}0&1\\-1&0\end{pmatrix},\begin{pmatrix}0&-1\\1&0\end{pmatrix}\right\}$，运算 $\circ$ 为矩阵乘法

1) 给出 $\langle G,\circ\rangle$ 的全部子群；

2) 证明 $\langle G,\circ\rangle$ 为四阶循环群。 (10分)

八、设 $A=\{a,b,c,d\}$，则在 A 上可以定义多少个不同的反自反关系和反对称关系？并将它们表示出来。 (15分)

九、已知 n 阶简单无向图 G 中有 m 条边，各顶点的度数均为3，又 $2n=m+3$。试画出满足条件的所有不同构的 G。 (15分)