西南交通大学 2002 年硕士研究生招生入学考试

材料力学　　试题

考试时间：2002 年 1 月

考生编号：　　姓名：　　报考专业：

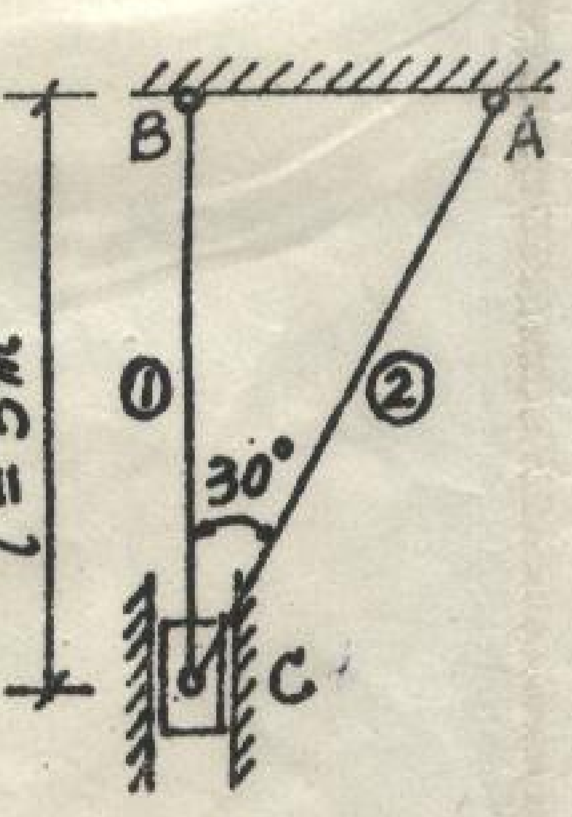
请不要在虚线内答题

考生请注意：

1、本试题共 七 题，共 12 页，考生请认真检查；
2、答题时，直接将答题内容写在试题卷上；
3、本试题不得拆开，拆开后遗失后果自负。

题号	一	二	三	四	五	六	七	八	九	总分
得分										
签字										

一、图示结构 C 结点与滑块铰接，不计滑块与滑槽间摩擦力，滑块只可沿滑槽上下自由移动，AB 与 BC 两杆面积相同且均为钢制，面积 $A=100mm^2$，材料拉压弹性模量 $E=2.0\times10^5MPa$，线膨胀系数 $\alpha=12\times10^{-6}$（1/℃）求当 BC 杆升温 50℃，而 AC 杆温度不变时 C 处位移值。（15 分）



AC杆内力 N_2　　BC杆内力 N_1

$N_2\cos30^\circ=N_1$

若无AC杆，则温度下 BC自由伸长到 C_1，无温度应力

而AC杆约束，使C点回缩 Δl_2

此时 BC杆内力 $N_1=\frac{\Delta l_2 EA}{l}$

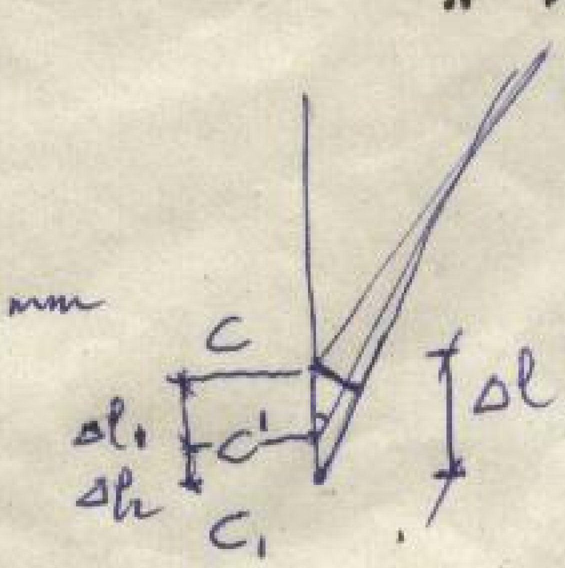
AC杆内力 $N_2=\frac{(\Delta l-\Delta l_2)\cos30^\circ EA}{l_2}$

$l_2\cos30^\circ=l_1$

$\frac{(\Delta l-\Delta l_2)\cos30^\circ EA}{l_2}\cos30^\circ=\frac{\Delta l_2 EA}{l_2\cos30^\circ}$

$(\Delta l-\Delta l_2)\cos^3 30^\circ=\Delta l_2$

$\Delta l=\alpha\Delta t\, l_1=1800\times10^{-6}\ m=1.8\ mm$

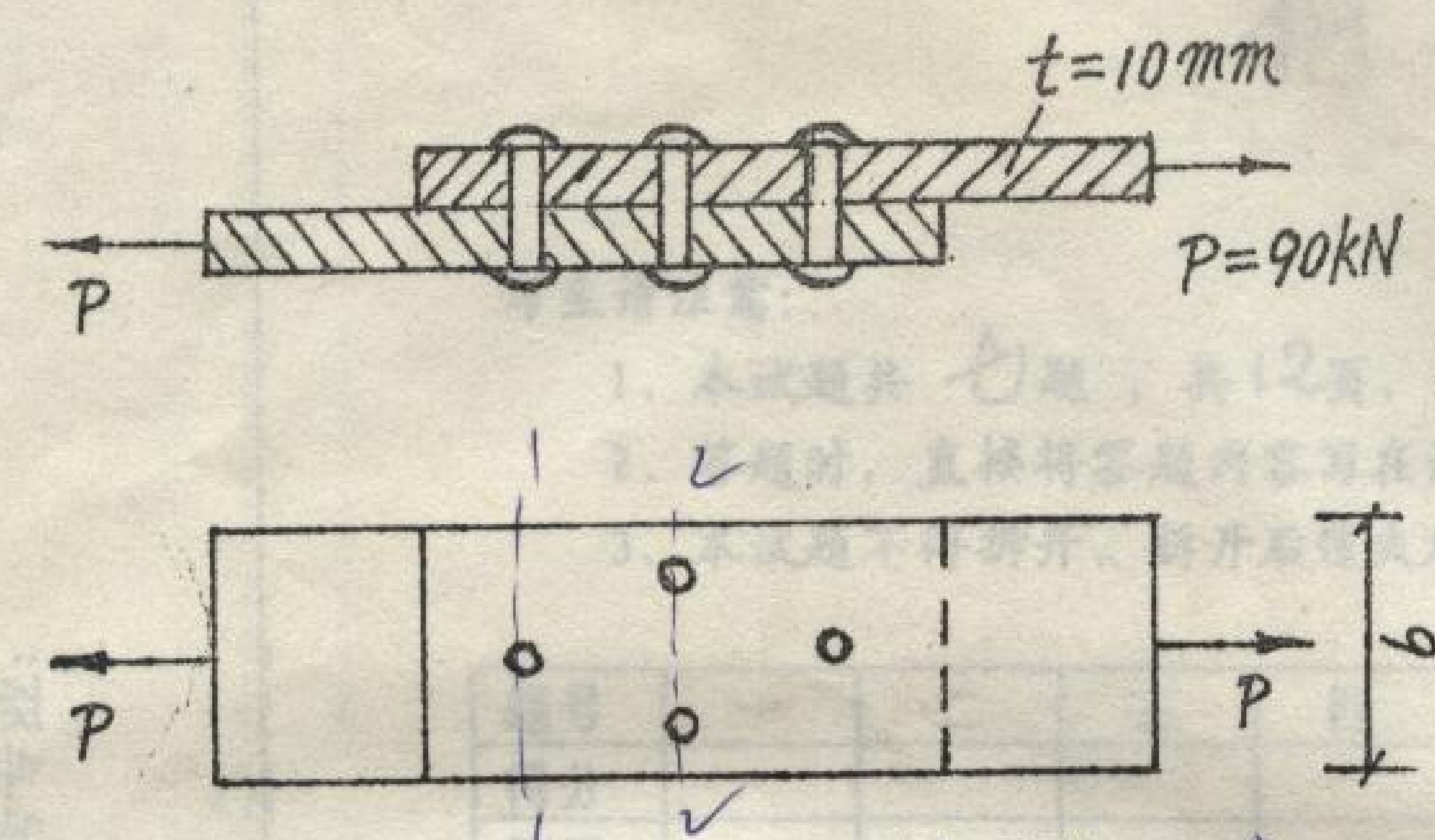


$(1.8-\Delta l_2)\frac{3\sqrt3}{8}=\Delta l_2$

$\Delta l_2=0.708\ mm$

C点位移 $\Delta l_1=\Delta l-\Delta l_2=1.8-0.708=1.091\ mm$

二、一拉杆接头如图所示，板厚 t=10mm，已知板与铆钉材料许用剪应力[τ]= 120MPa，许用挤压应力[σ_c]=340MPa，许用拉应力[σ]=160MPa，试设计铆钉直径 d 及板宽 b 值。（15 分）



力通过螺栓组的形心，故每个螺栓受力相等

按螺栓剪力

$Q = P/4$

$$\tau = \frac{Q}{A} = \frac{90/4\times10^3}{\pi d^2/4} \le [\tau] = 120\ \text{MPa} \Rightarrow d \ge \sqrt{\frac{90\times10^3}{\pi\cdot120}} = 15.45\ \text{mm}$$

连接板挤压强度

$$\sigma_c = \frac{P/4}{td} = \frac{90\times10^3}{4\times10d} \le [\sigma_c] = 340\ \text{MPa} \qquad d \ge \frac{90\times10^3}{40\times340} = 6.6\ \text{mm}$$

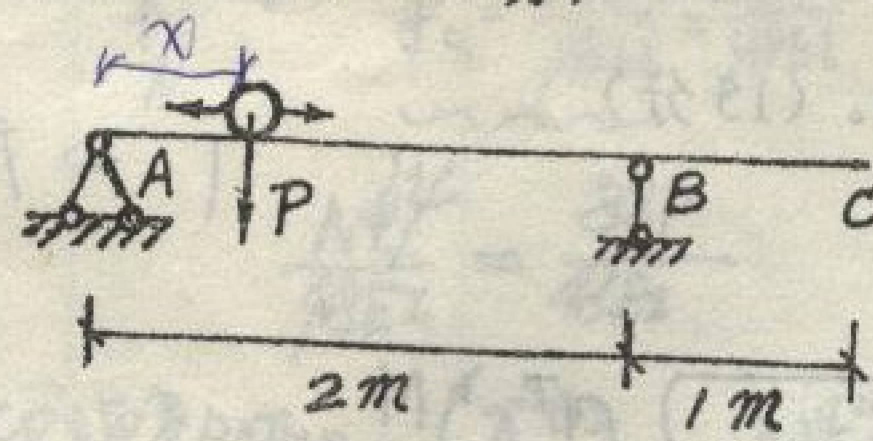
连接板拉伸强度

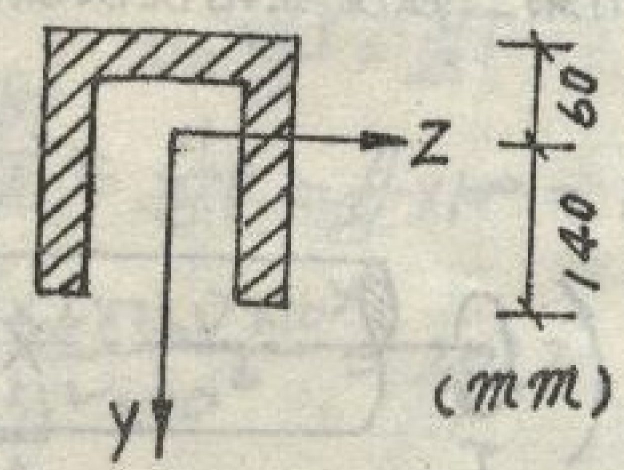
$$\sigma_t = \frac{P}{bt-2dt} = \frac{90\times10^3}{(b-2d)t} \le [\sigma] = 160\ \text{MPa}$$

d取20mm

b取100mm

四、图示外伸梁上荷载 P 可沿梁水平移动，梁载面为槽形，$I_z=4.0\times10^7mm^4$，梁材料许用拉应力$[\sigma_{拉}]=35MPa$，许用压应力$[\sigma_{压}]=140MPa$，求该梁的容许荷载 P 值。（15 分）





P在AB中点（1m）处 产生 M↑　$\sigma = \frac{M}{I}y$

$$\sigma_{拉} = \frac{\frac{P}{2}\times 1000}{4\times10^7}\times140 = 1.75P \le [\sigma_{拉}] = 35 \ MPa$$

$$\sigma_{压} = \frac{\frac{P}{2}\times 1000}{4\times10^7}\times 60 = 0.75P \le [\sigma_{压}] = 140 \ MPa$$

P在C点. B点M最大

$$\sigma_{拉} = \frac{P\times 1000}{4\times10^7}\times 60 = 1.5P \le [\sigma_{拉}] \le 35 \ MPa$$

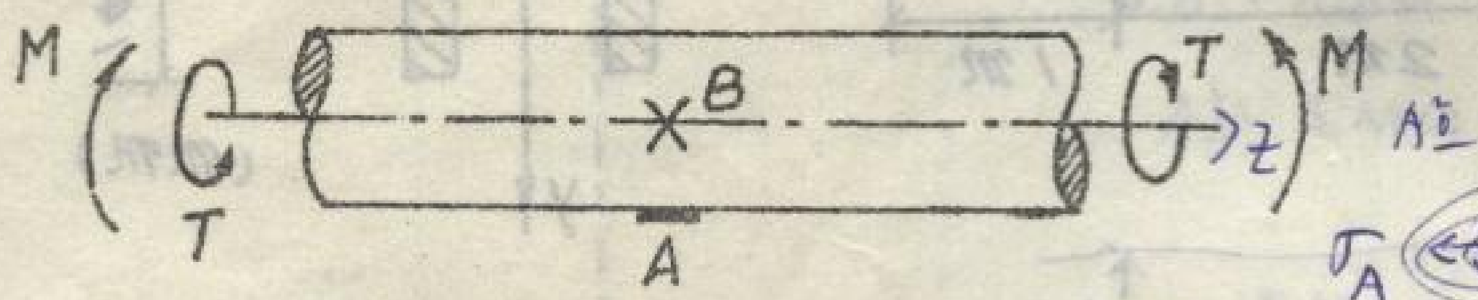
$$\sigma_{压} = \frac{P\times 1000}{4\times10^7}\times 140 = 3.5P \le [\sigma_{压}] \le 140 \ MPa$$

$$\begin{cases} P \le 20\ kN \\ P \le 18.3\ kN \\ P \le 23.3\ kN \\ P \le 40\ kN \end{cases}$$

∴ 容许荷载 20 kN

五、图示钢制圆轴受弯矩 M 及扭矩 T 联合作用，圆轴直径 d=18mm，现测得圆轴表面最低 A 点处沿轴向线应变 $\varepsilon_{0^\circ}=5.0\times10^{-4}$，测得水平轴切面上 B 点处 45° 方向上线应变 $\varepsilon_{45^\circ}=4.2\times10^{-4}$ 及 $\varepsilon_{-45^\circ}=-4.2\times10^{-4}$，已知钢弹性模量 $E=2.0\times10^5$MPa，泊桑比 $\nu=0.3$，许用应力[σ]=170MPa，试求 M 及 T 值，并用第三强度理论校核该轴强度。（15 分）

T ⇒ 右手螺旋，离开截面为正



A点 σ_A

$I_z=\frac{\pi d^4}{64}$，$I_P=\frac{\pi d^4}{32}$

$W_z=\frac{\pi d^3}{32}$，$W_p=\frac{\pi d^3}{16}$

A点：$\sigma_A=\frac{M}{W_z}$　　$W_z=\frac{I_z}{d/2}=\frac{\pi d^4/64}{d/2}=\frac{\pi d^3}{32}$

A点轴向线应变　$\varepsilon_0=\frac{\sigma_A}{E}\Rightarrow\varepsilon_0E=\frac{M}{W_z}$

$M=\varepsilon_0EW_z=5\times10^{-4}\times2\times10^5\times\frac{\pi\times18^3}{32}$

$\sigma_1-\sigma_3=\varepsilon_0E=5.0\times10^{-4}\times2\times10^5=100\text{ MPa}<[\sigma]=170\text{ MPa}$

B点：在M作用下，B点处在中性层 $\sigma_x=0$，$\tau_y=\frac{QS}{bZ}$　$\sigma_1=\sigma_A$，$\sigma_3=0$

$\tau_y=0$

在T作用下 B点　　$\tau=\frac{T}{W_p}=$　　$W_p=\frac{\pi d^3}{16}$

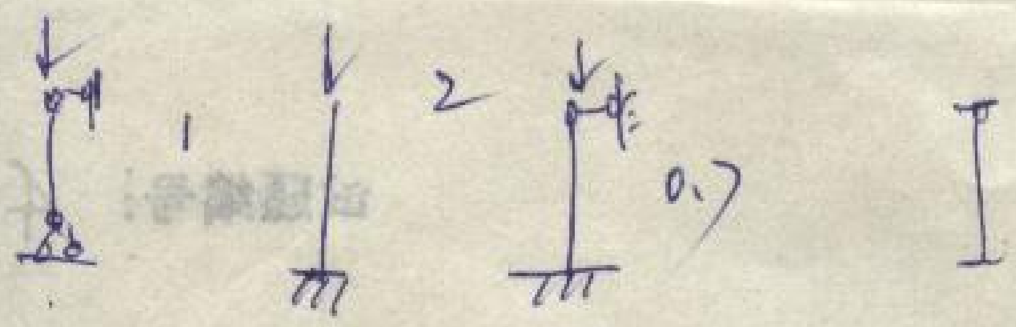
$\tau_p=\frac{M_t\rho}{I_p}$，$\tau_{max}=\frac{M_t}{W_p}$

$\varepsilon_{45^\circ}=\frac{1}{E}(\sigma_1-\nu\sigma_3)$

$E\varepsilon_{45^\circ}=T(\frac{1}{W_p}+\frac{\nu}{W_p})$

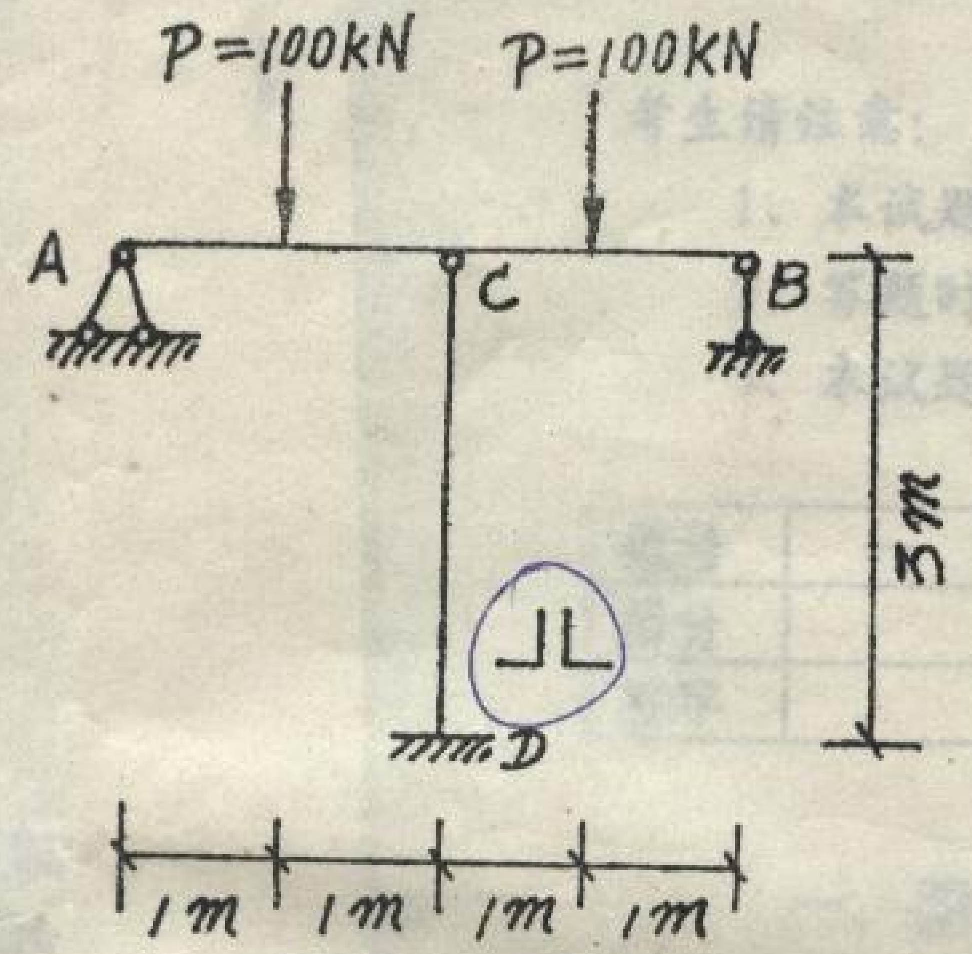
$T=\varepsilon_{45^\circ}EW_p/(1+\nu)=4.2\times10^{-4}\times2\times10^5\times\pi\times18^3/16(1+0.3)=$

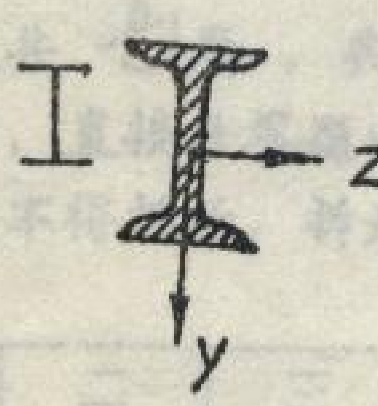
$\sigma_1-\sigma_3=\frac{2T}{W_p}=\frac{2\varepsilon_{45^\circ}E}{(1+\nu)}=\frac{2\times4.2\times10^{-4}\times2\times10^5}{(1+0.3)}=\frac{168}{1.3}=129.2\text{ MPa}<[\sigma]=170\text{ MPa}$



用组合截面

六、梁 AB 为 16#工字钢，立柱 CD 为两根 6.3#等边角钢拼装而成，立柱与梁联接处为铰接，立柱下端为固定端，已知材料弹性模量 E=2.0×10⁵MPa，比例极限 σ_p= 190MPa，取稳定安全系数 n_w=1.8，若不计 CD 柱压缩变形量，试校核 CD 立柱稳定性。（15 分）

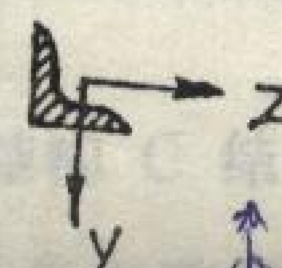




16#工字钢 $I_z = 11.30\times10^6 mm^4$

$W_z = 141\times10^3 mm^3$

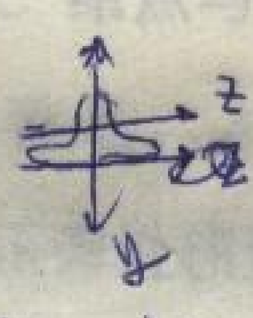
P_{210}

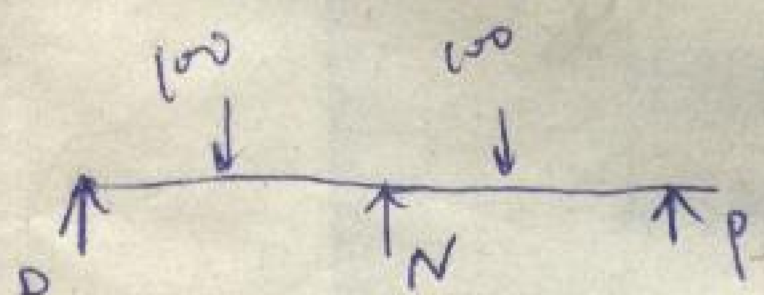


6.3#角钢 $I_y = I_z = 23.17\times10^4 mm^4$

$A = 614.3 mm^2$

$i_y = i_z = 19.4 mm$





拼装后的角钢 $I_y = I_z = 2I_{1z} = 2\times23.17\times10^4 mm^4$

(组合截面对z轴惯性半径) $A = 2A_1 = 614.3\times2 mm^2$

$$i_z = \sqrt{\frac{I_y}{A}} = \sqrt{\frac{2I_{1z}}{2A_1}} = i_{1z} = 19.4 mm$$

压杆 CD的长度系数为 0.7

组合压杆的柔度

$$\lambda = \frac{\mu l}{i_z} = \frac{0.7\times3000}{19.4} = 108 > \lambda_p$$ 可以用欧拉公式 ~~未必是细长杆~~

$$\sqrt{\frac{\pi^2 E}{\sigma_p}} = \sqrt{\frac{\pi^2\times2\times10^5}{190}} = 100\sqrt{\frac{\pi^2 2}{19}} = 101$$

$$\begin{cases} \sigma_{cr} = \frac{P_{cr}}{A} \\ P_{cr} = \frac{\pi^2 EI}{(\mu l)^2} \end{cases}$$

$$\sigma_{cr} = \frac{\pi^2 EI}{(\mu l)^2 A} = \frac{\pi^2 E}{\left(\frac{\mu l}{i}\right)^2} = \frac{\pi^2 E}{\lambda^2} \le \sigma_p$$

$$\lambda \ge \sqrt{\frac{\pi^2 E}{\sigma_p}}$$

P150

试题编号: 421

$f_{c_1} = \frac{Pb(3l^2-4b^2)}{48EI}$

$f_{c_1} = \frac{Pl^3}{48EI}$

$f_c = \frac{88P}{48EI}$

$f_{c_1} = \frac{Pl^3}{48EI} = \frac{64N}{48EI}$

$\frac{64N}{48EI} = \frac{88P}{48EI}$

$N = \frac{44P}{32} = \frac{11}{8}P$

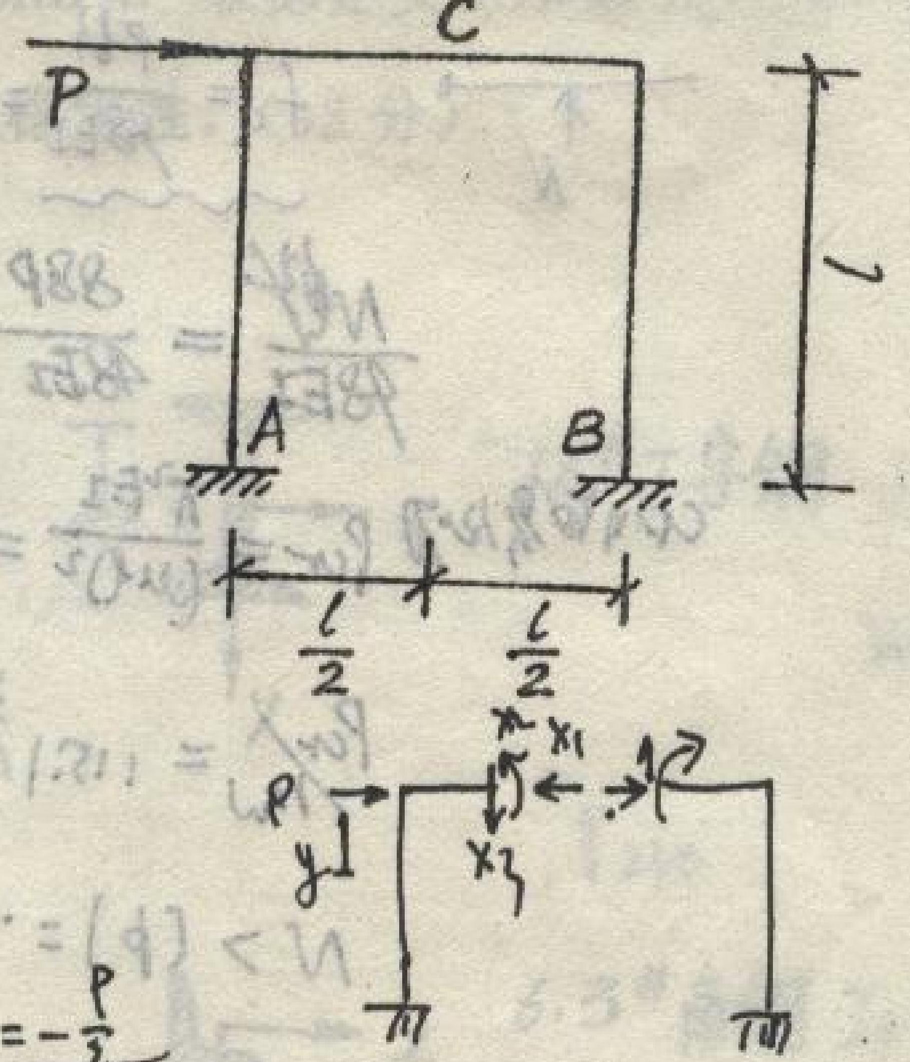
$\frac{N64}{48EI} = \frac{88P}{48EI}$ $N = \frac{88P}{64} = \frac{11}{8}P = \frac{11}{8} \times 100 = 137.5$ kN

CD杆临界压力 $P_{cr} = \frac{\pi^2 EI}{(\mu l)^2} = \frac{3.14^2 \times 2\times10^5 \times 2 \times 23.17 \times 10^4}{(0.7\times3)^2 \times 10^6} = 207.2$ kN

$P_{cr}/n_w = 115.1$ kN

$N > [p] = $

七、用能量方法（单位力法或卡氏第二定理）求解图示超静定刚架反力，刚架抗弯刚度 EI 已知，不计剪切与轴向变形影响。（10 分）



假设截断上C点，相应位移为0

$$\frac{\partial U}{\partial X_1} = \frac{1}{EI}\int_l (X_2 - Py + X_1 y)(y)\,dy$$

$$= \frac{1}{EI}\left(\frac{X_2}{2}l^2 - \frac{Pl^3}{3} + \frac{X_1 l^3}{3}\right)$$

$$\frac{\partial U}{\partial X_2} = \frac{1}{EI}\left[\int_{l/2} X_2\,dy + \int_l (X_2 - Py)\,dy\right]$$

$$= \frac{1}{EI}\left(\frac{X_2 l}{2} + X_2 l - \frac{Pl^2}{2} + \frac{X_1 l^2}{2}\right)$$

$$\frac{\partial U}{\partial X_1} = 0 \qquad \frac{\partial U}{\partial X_2} = 0$$

~~$-Pl = 2X_1 l$~~

$$\left\{\begin{aligned} & 3X_2 = 2Pl + 2X_1 l \\ & \frac{3X_2 l}{2} = \frac{Pl^2}{2} - \frac{X_1 l^2}{2} \end{aligned}\right.$$

~~$3X_2 = Pl - X_1 l$~~ ~~$X_2 = \frac{Pl}{3}$~~ ~~$X_1 = -\frac{P}{3}$~~

~~$\{3X_2 = 2Pl + 3X_1 l$~~

~~$Pl = -3X_1 l$~~

~~$X_1 = -\frac{P}{3}$~~

$$\left\{\begin{aligned} & 3X_2 - 2Pl + 2X_1 l = 0 \\ & 3X_2 - Pl + X_1 l = 0 \end{aligned}\right.$$

$Pl = X_1 l \qquad X_1 = P$