电子科技大学

2001年攻读硕士学位研究生入学试题

科目名称：线性代数

注：非在职考生必做一至八题，在职考生必做一至六题，在七至十题中任选两题

一、(20分)

若A是n阶矩阵，A^*是A的伴随矩阵，证明：

(1) $(A^{-1})^* = (A^*)^{-1}$；　(2) $(A^*)^* = |A|^{n-2}A$

三、(10分)

求方程 $\begin{vmatrix} x & a_1 & a_2 & \cdots & a_n \\ a_1 & x & a_2 & \cdots & a_n \\ a_1 & a_2 & x & \cdots & a_n \\ \cdots & \cdots & \cdots & \cdots & \cdots \\ a_1 & a_2 & a_3 & \cdots & x \end{vmatrix} = 0$ 的根。

四、(10分)

若n阶实对称矩阵A有 $|A| < 0$，则存在$X_0 \neq 0$，使$X_0^T A X_0 < 0$。

五、(10分)

设$A \in R^{m\times n}$的n个列向量线性无关，$B \in R^{n\times n}$，证明：

(1) 若 $AB = 0$，则 $B = 0$；　(2) 若$AB = A$，则 $B = E$ 。

六、(10分)

如果$\alpha_1, \alpha_2, \cdots, \alpha_n$线性无关，则$\alpha_1 + \alpha_2, \alpha_2 + \alpha_3, \cdots, \alpha_n + \alpha_1$线

性相关吗？请说明之。

以下考题，非在职考生必做七、八题，在职考生任选两题。

七、（10分）

设实对称矩阵 A 正定，$B \in R^{n \times m}$ 且 B 的秩 $= m$，则 $B^{T}AB$ 正定。

八、（10分）

构造一个3阶实对称方阵A，使其特征值为1，1，-1，且对应特征向量有

$(1, 1, 1)^T$ 和 $(2, 2, 1)^T$。

九、(10分)

求出一个非齐次线性方程组，使它的一个特解为 $r_0 = (\frac{5}{4}, \frac{1}{4}, 0, 0)^{T}$，而其对应齐次方程组的基础解系为 $\alpha_1 = (\frac{3}{2}, \frac{3}{2}, 1, 0)^{T}$，$\alpha_2 = (-\frac{3}{4}, \frac{7}{4}, 0, 1)^{T}$。

十、（10分）

设 $A = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ a & 1 & 0 & 0 \\ 2 & b & 2 & 0 \\ 2 & 3 & c & 2 \end{pmatrix}$，问 a，b，c 取何值时，A 可对角化。