电子科技大学 2003 年数学类
《概率论》复试试题

一. 设一个袋子中原装有 b 个黑球，r 个红球，从中任意取出一个，然后放回并再放入 c 个与已取出球同色的球，再从袋子中任意取一球，试求取出红色球的概率。

二. 设（Ω， ，P）为一概率空间，A、B∈ ，P（B）>0，P（A | B）$=\dfrac{P(AB)}{P(B)}$，记 $P(\cdot\mid B)=P_B$，证明: P_B也是可测空间（Ω， ）上的概率。

三. 随机变量（X，Y）的联合概率密度函数是

$$f(x,y)=\frac{1}{2\pi}e^{-\frac{x^2+y^2}{2}}+\frac{1}{2\pi}e^{-\pi^2}g(x)g(y)\qquad (x,y)\in R_2$$

其中 $$g(x)=\begin{cases}\cos\pi & |x|\le\pi\\ 0 & |x|>\pi\end{cases}$$

(1) 证明 X 与 Y 都服从正态分布;

(2) 讨论 X 与 Y 是否相互独立?

四. 设随机变量 X 与 Y 相互独立，X~U（0，1），Y 在（0，2）上服从辛普生分布

$$f_Y(y)=\begin{cases}y, & 0\le y\le 1;\\ 2-y, & 1<y\le 2;\\ 0, & \text{其它。}\end{cases}$$

求随机变量 Z=X+Y 的概率密度。

五. 设随机变量 X 的概率密度函数 $f(x)=\dfrac{1}{\pi(1+x^2)},x\in R$. 计算数学期望 $E(\min[|X|,1])$。

六. 设二维随机变量（X，Y）~N(0，1；0，1；1)，试求在"X=x"的条件下，随机变量 Y 的条件密度函数以及条件数学期望。

七. 设随机变量 X_1，X_2，…，X_k 相互独立，$X_i\sim B(n_i,p)$, i=1,2,…k,

（1）利用特征函数证明 $Y=X_1+X_2+\cdots+X_k$ 服从二项分布。

（2）利用母函数证明 $Y=X_1+X_2+\cdots+X_k$ 服从二项分布。

八. 随机变量序列｛X_n｝, n=1，2，…相互独立同分布，X_n的方差存在，证明：随机变量序列｛X_n^2｝，n=1，2，…服从（弱）大数定律。

九. 售报员在一个报亭里售报，假设每个过路人在该报亭买报的概率为 1/3，X 是恰出售了 100 份报纸时的过路人数，试求概率 P{280<X<300}。

十. 设ζ，ζ_1，ζ_2，…，ζ_n，…是定义在同一概率空间（Ω， ，P）上，随机变量序列{ζ_n}及ζ相互独立同分布，均服从两点分布 B（1，1/2），试讨论：

1. 随机变量序列{ζ_n}是否依分布收敛于ζ。
2. 随机变量序列{ζ_n}是否依概率收敛于ζ。