2004年电子科技大学高等代数考研试题

一、填空题（本题共6小题，每小题4分，满分24分）

（1）函数 $f(x)=\int_0^x (2-t)e^{t^2}\,\mathrm{d}t$ 的极大值点是 x=________________.

（2）微分方程 $y''+2y'+8y=0$ 的通解 y=__________________________.

（3）曲线 $\begin{cases} x=2t-t^2 \\ y=3t-t^3 \end{cases}$ 在 t=0 对应点处切线的直角坐标方程是_________________________.

（4）设 $f(x)$ 在 $x=x_0$ 可导，则 $\lim\limits_{\Delta x\to 0}\dfrac{f(x_0+2\Delta x)-f(x_0-3\Delta x)}{\Delta x}=$______________.

（5）交换累次积分的次序，可得 $\int_{-1}^{0}\mathrm{d}y\int_{1-y}^{2}f(x,y)\,\mathrm{d}x=$__________________.

（6）$\lim\limits_{x\to 0^+}\dfrac{e^{1-\cos\sqrt{x}}-1}{\ln(1+x)}=$_______________________.

二、解答题（本题共5小题，满分51分）

（7）（本题满分 10 分）当 $x\to-\infty$ 时，$f(x)=\sqrt{x^2-4x+5}-(ax+b)$ 为无穷小量，试求常数 a,b 之值。

（8）（本题满分 10 分）设 $z=f(x^2+y^2,\dfrac{y}{x})$，其中 f 具有二阶连续偏导数，求 $\dfrac{\partial^2 z}{\partial x\partial y}$.

（9）（本题满分 10 分）计算二重积分 $\iint\limits_D \sqrt{R^2-x^2-y^2}\,\mathrm{d}x\,\mathrm{d}y$，

其中 D：$x^2+y^2\le Rx \quad (R>0)$.

（10）（本题满分 11 分）已知连续函数 $f(x)$ 满足 $f(x)=e^x+\int_0^x (x-t)f(t)\,\mathrm{d}t$，求 $f(x)$.

（11）（本题满分 10 分）求证：当 $0<x<\dfrac{\pi}{2}$ 时，$\dfrac{\sin^2 x}{x^2}>\cos x$.