电子科技大学2004年
攻读硕士学位研究生入学复试试题
考试科目：概率论

一. 将任意线段折为三段，试求此三段折线段能构成三角形的概率。

二. 设(Ω, F, P)为一概率空间，$A, B \in F$，$P(B)>0$，$P(A|B)=\dfrac{P(AB)}{P(B)}$，记$P(\cdot\,|\,B)=P_B$，

证明: P_B也是可测空间(Ω, F)上的概率。

三. 随机变量(X,Y)的联合概率密度是

$$f(x,y)=\frac{1}{2\pi}e^{-\frac{x^2+y^2}{2}}+\frac{1}{2\pi}e^{-\pi^2}g(x)g(y),\quad (x,y)\in R_2$$

其中 $$g(x)=\begin{cases}\cos x & |x|\le\pi\\ 0 & |x|>\pi\end{cases}$$

(1) 证明X与Y都服从正态分布；

(2) 讨论X与Y是否相互独立？

四. 随机变量(X,Y)的联合概率密度为

$$f(x,y)=\begin{cases}1, & 0\le x\le 2, \max(0,x-1)\le y\le \min(1,x);\\ 0, & \text{其他}.\end{cases}$$

试求 $f_{Y|X}(y|x)$，并计算条件数学期望$E(Y|x)$。

五. 设随机变量X的概率密度是

$$f(x)=\frac{1}{\pi(1+x^2)}, x\in R$$

计算数学期望$E(\min[|X|,1])$。

六. 试讨论以下函数是否为分布函数，是否是连续型随机变量的分布函数？

$$F(x)=\begin{cases}0, & x\le 0;\\ \dfrac{1+x}{2}, & 0<x\le 1;\\ 1, & x>1.\end{cases}$$

七. 设随机变量X_1，X_2，…，X_k相互独立，且$X_i\sim B(n_i,p)$, $i=1,2,\cdots k$,

利用特征函数证明$Y=X_1+X_2+\cdots+X_k$服从二项分布。

八.设二维随机变量(X,Y)的联合概率密度是

$$f(x,y)=\frac{1}{2\pi}\exp[-\frac{1}{2}(x^2+y^2)],\quad (x,y)\in R_2,$$

计算概率$P\{-\sqrt{2}<X+Y<2\sqrt{2}\}$。

九．随机变量序列 $\{X_n\}$，$n=1,2,\cdots$ 相互独立同分布，X_n 的方差存在，证明：随机变量序列 $\{X_n^2\}$，$n=1,2,\cdots$ 服从大数定律。

十．售报员在一个报亭里售报，假设每个过路人在该报亭买报的概率为 1/3，X 是恰出售了 100 份报纸时的过路人数，试求概率 $P\{280<X<300\}$（其中 $\Phi(\frac{2}{\sqrt{6}})=0.7939$）。