电子科技大学

2004年硕士研究生入学复试试题

考试科目：复变函数

1. 设z,w是复数，证明：

  (1). $|z+w|\le|z|+|w|$；

  (2). (1)中等号成立的充分必要条件是存在$t\ge 0$，使得$z=tw$.

2. 已知$z=\cos\frac{\pi}{5}+i\sin\frac{\pi}{5}$，求 $1+z+z^2+\Lambda+z^9$.

3. 求 $(1+i)^{1+i}$的值.

4. 证明：函数$f(z)=u(x,y)+iv(x,y)$在区域D内解析的充分必要条件是$\frac{\partial f}{\partial \bar{z}}=0$ ($\forall z\in D$). 并给出一个该命题的等价命题(不必证明).

5. 试问函数$f(z)=\frac{1}{1+z^2}$在圆盘$|z|<1$内是否连续？是否一致连续？

6. 试求圆$|z|<R$到单位圆$|w|<1$的分式线性变换.

7. 设级数$\sum_{n=0}^{\infty}c_n$收敛，而$\sum_{n=0}^{\infty}|c_n|$发散，证明$\sum_{n=0}^{\infty}c_nz^n$的收敛半径是1.

8. 利用 Cauchy 积分公式计算积分$\int_{|z|=1}\frac{e^z}{z}dz$，并证明：$\int_0^{2\pi}e^{\cos\theta}\cos(\sin\theta)d\theta=2\pi$.

9. 利用留数计算积分$\int_0^{+\infty}\frac{x\sin x}{x^2+1}dx$.

10. 设$f(z)$在$B(a;R)$内解析且满足$|f(z)|\le M$，证明：对任意的n，有$|f^{(n)}(a)|\le\frac{n!M}{R^n}$.

注：试题共10题，每题10分共100分. 答题时间120分钟.

复变函数试题共1页