

## 电子科技大学

## 2004 年攻读硕士学位研究生复试笔试试题

## 考试科目: 501 常微分方程

一、计算题(每小题 10 分, 共 60 分)

1. 求微分方程  $\frac{dy}{dx} = \frac{1}{xy + x^3 y^3}$  的通解;

2. 求微分方程  $2xydx + (x^2 + 1)dy = 0$  的通解;

3. 求微分方程  $x\left(\frac{dy}{dx}\right)^2 - 2y\left(\frac{dy}{dx}\right) + 4x = 0$  的通解;

4. 求微分方程  $x'' + x = \frac{1}{\sin^3 t}$  的通解;

5. 求微分方程组  $\frac{d}{dt} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 1 \\ 1 & -1 & 1 \\ 2 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{bmatrix}$  满足  $\begin{bmatrix} x_1(0) \\ x_2(0) \\ x_3(0) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \end{bmatrix}$  的特解。

6. 求微分方程  $x^2 \frac{d^2 y}{dx^2} - 4x \frac{dy}{dx} + 6y = x$  的通解;

二、(本题共 10 分)

设函数  $\varphi(t)$  于  $-\infty < t < +\infty$  上连续,  $\varphi'(0)$  存在且满足关系式整理可得:  $p' = \frac{p}{x} \Rightarrow p = cx$ , 方程的通解为:

$$\varphi(t+s) = \varphi(t)\varphi(s)$$

试求函数  $\varphi(t)$ 。

三、(本题共 10 分)

给定微分方程组

$$\begin{cases} \frac{dx}{dt} = 3x + 2y + 1 \\ \frac{dy}{dt} = x + 2y + 3 \end{cases}$$

试求方程组的奇点, 并判定奇点的类型及稳定性。

四、(本题共 10 分)

给定微分方程组



$$\begin{cases} \frac{dx}{dt} = ax - xy^2 \\ \frac{dy}{dt} = 2x^4y \end{cases}$$

其中  $a$  为常数, 试研究系统的零解的稳定性。

五、(本题共 10 分)

设  $\lambda$  不是矩阵  $A$  的特征值, 试证明非齐次微分方程组

$$x' = Ax + be^{\lambda t}$$

有一解形如

$$\varphi(t) = ce^{\lambda t}$$

其中  $a$ 、 $b$  是常数向量。

$$\begin{bmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} (0) \\ (0) \\ (0) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x \\ x \\ x \end{bmatrix} \quad \text{或} \quad \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} x \\ x \\ x \end{bmatrix} \frac{b}{\lambda}$$

$$x = \frac{b}{\lambda} + \frac{b}{\lambda} x + \frac{b}{\lambda} x$$

2. 结合西方政  
用。(30 分)

$$(z) \varphi(1) \varphi = (z+1) \varphi$$

。(1)  $\varphi$  函数求知

(代 01 共题本) 三  
股野式代题宝德

$$\begin{cases} 1 + \sqrt{z} + x = \frac{x}{\lambda} \\ \sqrt{z} + \sqrt{z} + x = \frac{x}{\lambda} \end{cases}$$

。封宝德又题类前点奇宝德我, 点奇前股野式求知

(代 01 共题本) 四  
股野式代题宝德