电子科技大学

2005 年高等学校教师在职攻读硕士学位入学试题

考试科目：101 高等数学

一、填空题(每小题 3 分，共 15 分)

1. 求 $\lim\limits_{x\to\infty}(\dfrac{3+x}{2+x})^{2x}=$__________.

2. 设 $f(x)=\begin{cases}\dfrac{\cos 2x-\cos 3x}{x^2}, & x\neq 0\\ A, & x=0\end{cases}$ 在 $x=0$ 处连续，则 $A=$__________.

3. 设 $I=\int\dfrac{dx}{\sqrt{9-x^2}}$，则 $I=$________________.

4. 函数 $y=y(x,z)$ 由方程 $xyz=e^{x+y}$ 所确定，则 $\dfrac{\partial y}{\partial x}=$________________.

5．微分方程 $y''-y'+13y=0$ 的通解为______________________.

二、选择题(每小题 3 分，共 15 分)

1．设 $y=e^{\sin^2 x}$，则 $dy=$(　　　)

A．$e^{\sin^2 x}dx$；　*B*．$2e^{\sin^2 x}\sin xdx$；　*C*．$2e^{\sin^2 x}\cos xdx$；　*D*．$e^{\sin^2 x}\sin 2xdx$.

2. 若 $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{1}{x^a}\int_0^{x^2}\sqrt{1+t^4}\,dt=1$，则 a=(　　　　)

A．1；　*B*．2；　*C*．3；　*D*．4.

3．设 $f(x)=\begin{cases}\dfrac{1-e^{-x^2}}{x}, & x\neq 0\\ 0 & x=0\end{cases}$，则 $f'(0)$ 为（　　　）

A．0；　*B*．$\dfrac{1}{2}$；　*C*．1；　*D*．-1.

4. 二次积分 $\int_0^1 dy\int_y^1 f(x,y)dx$ 交换积分次序可以写成（　　　）

A．$\int_0^1 dx\int_0^x f(x,y)dy$；　*B*．$\int_0^1 dx\int_x^1 f(x,y)dy$；

C. $\int_0^1 dx \int_0^1 f(x,y)\,dy$;　　　D. $\int_0^1 dx \int_1^x f(x,y)\,dy$.

5. 幂级数 $\sum_{n=1}^{\infty}(-1)^n \dfrac{x^n}{n}$ 的收敛区间为（　　）

A. $(-1,1]$；　B. $[-1,1]$；　C. $(-1,1)$；　D. $[-1,1)$.

三、（本题满分 8 分）

已知 $x>0$，证明 $\ln(1+x) > x - \dfrac{x^2}{2}$.

四、（本题满分 8 分）

求 a, b 的值，使当 $x \to 0$ 时，$e^x - (ax^2+bx+1)$ 是比 x^2 较高阶的无穷小.

五、（本题满分 8 分）

计算 $\int_0^1 e^{\sqrt{1-x}}\,dx$.

六、（本题满分 8 分）

求函数 $f(x,y) = e^{2x}(x+y^2+2y)$ 的极值.

七、（本题满分 8 分）

计算 $I = \int_{AOB} (12xy + e^y)\,dx - (\cos y - xe^y)\,dy$，其中 AOB 为由点 $A(-1,1)$ 沿 $y = x^2$ 到 $O(0,0)$，再沿 $y=0$ 到 $B(2,0)$ 的路径.

八、（本题满分 5 分）

设 S 为下半球面 $z = -\sqrt{a^2-x^2-y^2}$ 的下侧，计算 $I = \iint\limits_S \dfrac{axdydz + (a+z)^2 dxdy}{(x^2+y^2+z^2)^{\frac{1}{2}}}$.