电子科技大学
2005 年秋攻读软件工程硕士专业学位
研究生入学试题
考试科目：高等数学

一、填空题（每小题 3 分，共 15 分）

1. 已知函数 $y=y(x)$，由方程 $y=1+xe^{y}$ 确定，则 $y'(0)=$__________.

2. 若 $f(x)$ 在 $[0,1]$ 上连续，且 $\int_0^1 f(x)dx=a$，则 $\int_0^1 \frac{1}{\sqrt{x}} f(\sqrt{x})dx=$__________.

3. 若 $u=(\frac{x}{y})^{\frac{1}{z}}$，则全微分 $du|_{(1,1,1)}=$__________.

4. 微分方程 $y''-y=xe^{-x}$ 的待定特解形式 $y^{*}=$__________.

5. 已知幂级数 $\sum_{n=0}^{\infty} a_n(x-1)^n$ 当 $x=-2$ 时条件收敛，则该幂级数的收敛半径等于__________.

二、单项选择题（每小题 3 分，共 15 分）

1. 若函数 $f(x)=\begin{cases}\cos x, & x<0,\\ a+x, & x\geq 0,\end{cases}$ 在$x=0$处连续，则$a=($ $)$.

$(A)-1$; $(B)\,0$; $(C)\,1$; $(D)\,2$.

2.已知 $f(x)$可导，则函数 $y=f(\sin^2 x)$的导数 $\frac{dy}{dx}=($ $)$.

$(A)\sin x f'(\sin^2 x)$; $(B)\sin 2x f'(\sin^2 x)$;

$(C)\cos x f'(\sin^2 x)$; $(D)\, f'(\sin^2 x)$.

3.二次积分 $\int_0^1 dx\int_0^{1-x} f(x,y)dy$ 交换次序后为( ).

$(A)\int_0^1 dy\int_0^{1-y} f(x,y)dx$; $(B)\int_1^0 dy\int_0^{1-y} f(x,y)dx$; $(C)\int_0^1 dy\int_{1-y}^0 f(x,y)dx$; $(D)\int_0^1 dy\int_1^{1-y} f(x,y)dx$.

4.幂级数 $\sum_{n=1}^{\infty}(-1)^n\frac{x^n}{n}$ 的收敛区间为( ).

$(A)[-1,1]$; $(B)(-1,1)$; $(C)(-1,1]$; $(D)[-1,1)$.

5. 设$D=\begin{vmatrix} 1 & 4 & -1 & 4 \\ 2 & 1 & 4 & 3 \\ 4 & 2 & 3 & 11 \\ 3 & 0 & 9 & 2 \end{vmatrix}$，则$D=($　　　$)$.

$(A)10$;　$(B)12$；$(C)-10$；$(D)-12$.

三、(7 分) 求函数 $f(x)=\begin{cases} 2\sqrt{x}, & 0\le x<1, \\ -2, & x=1 \\ 1+x, & x>1, \end{cases}$ 的间断点并判别其类型

四、(7 分) 证明方程 $x^3-3x+1=0$ 在$(0,1)$内有惟一的根.

五、(7 分) 求曲线$\begin{cases} x=t \\ y=1-\cos t \end{cases}$ 在$t=\dfrac{\pi}{2}$处的切线与法线方程.

六、(7 分) 求积分$\displaystyle\int\frac{1}{x(1+2\ln x)}dx$.

七、(7 分) 求曲面$x^2+y^2+z^2-14=0$在点（1，2，3）处的切平面和法线方程.

八、（7 分）已知连续函数 $f(x)$ 满足条件 $f(x)=\displaystyle\int_0^{3x} f(\frac{t}{3})dt+e^{2x}$，求 $f(x)$.

九、（7 分）证明不等式　　$\sin x+\tan x>2x\quad(0<x<\dfrac{\pi}{2})$.

十、（7 分）求函数$I(x)=\displaystyle\int_0^x\frac{3t+1}{t^2-t+1}dt$在$[0,1]$上的最大值 M.

十一、（7 分）若 $f(x)$ 在$[0,1]$上连续，在$(0,1)$内可导，

$$f(0)=f(1),\lim_{x\to\frac{1}{2}}\frac{f(x)-1}{(x-\frac{1}{2})^2}=1.$$

求证：（1）存在$\eta\in(\dfrac{1}{2},1)$，使得 $f(\eta)=\eta$.

（2）对任意实数λ，必存在$\xi\in(0,\eta]$，使得 $f'(\xi)-\lambda[f(\xi)-\xi]=1$.

十二、（7 分）当常数λ取何值时，方程组$\begin{cases} -x_1+\lambda x_2+2x_3=1 \\ x_1-x_2+\lambda_3 x_3=2 \\ 5x_1-5x_2-4x_3=1 \end{cases}$

（1）无解，有唯一解或有无穷多解？

（2）并在有无穷多解时，写出方程组的通解.