电子科技大学

2005 年春软件工程硕士入学考试数学试题

一、填空题（每小题 3 分，共 15 分）

1. $\lim\limits_{n\to\infty}\left(1-\dfrac{m^2}{n^2}\right)^n=$ ________.

2. 曲线 $y=xe^{\frac{2}{x}}-1$ 的斜渐近线为________.

3. 设 $f(x)$ 有一个原函数 $\dfrac{\sin x}{x}$，则 $\int_{\frac{\pi}{2}}^{\pi}xf'(x)dx=$ ________.

4. 设 $z=z(x,y)$ 由方程 $F\left(x+\dfrac{z}{y},y+\dfrac{z}{x}\right)=0$ 确定，则 $\dfrac{\partial z}{\partial x}$ ________.

5. 设 $A=\begin{pmatrix}3&0&0\\1&4&0\\0&0&3\end{pmatrix}$，则 $(A-2I)^{-1}=$ ________.

二、单项选择题（每小题 3 分，共 15 分）

1. 设函数 $f(x),g(x)$ 在点 $x=0$ 的某邻域内连续，且当 $x\to 0$ 时，$f(x)$ 是 $g(x)$ 的高阶无穷小，则当 $x\to 0$ 时，$F(x)=\int_0^x f(t)\sin t\,dt$ 是 $G(x)=\int_0^x t\,g(t)\,dt$ 的(　　).

(A) 高阶无穷小;　　(B) 低阶无穷小;

(C) 同阶但不等价的无穷小;　　(D) 等价无穷小.

2. $f(x,y)$ 在点 (x_0,y_0) 处两个偏导数存在是 $f(x,y)$ 在点 (x_0,y_0) 处可微(　　).

(A) 必要条件;　(B) 充分条件;　(C) 充分必要条件;　(D) 以上都不是.

3. 级数 $\sum\limits_{n=1}^{\infty}\left(\dfrac{\sin na}{n^2}-\dfrac{1}{\sqrt{n}}\right)$（$a$ 为常数）的敛散性为(　　).

(A) 绝对收敛;　(B) 条件收敛;　(C) 发散;　(D) 收敛性与 a 的取值有关.

4. 微分方程 $y''-3y'+2y=3x-2e^x$ 的特解形式为 $y^*=($ $)$.

$(A)(ax+b)e^x$;　$(B)(ax+b)xe^x$;　$(C)(ax+b)+ce^x$;　$(D)(ax+b)+cxe^x$.

5. 已知 $\begin{vmatrix}a_1&b_1&c_1\\a_2&b_2&c_2\\a_3&b_3&c_3\end{vmatrix}=m$，$\begin{vmatrix}a_1&b_1&c_1\\a_2&b_2&c_2\\a_3'&b_3'&c_3'\end{vmatrix}=n$，则 $\begin{vmatrix}2a_1&2b_1&2c_1\\a_2&b_2&c_2\\-a_3+a_3'&-b_3+b_3'&-c_3+c_3'\end{vmatrix}=($　　$)$.

$(A)-2m+n$;　$(B)2(-m+n)$;　$(C)2(m+n)$;　$(D)-2(m+n)$.

三、(7 分) 设 $f(x)=\begin{cases}\arctan\dfrac{1}{x}, & x>0\\ ax+b, & x\le 0\end{cases}$ 在 $x=0$ 可导，求 a,b 的值.

四、(7 分) 设 $f(x)$ 可导，x_1,x_2 为 $f(x)$ 的两个零点,且 $x_1<x_2$， 证明 $\exists\xi\in(x_1,x_2)$,

使得 $f(\xi)+f'(\xi)=0$.

五、(7 分) 抛物线 $y=ax^2+bx+c$ 过点 $(0,0)$, 且当 $0\le x\le 1$ 时, $y\ge 0$, 它和直线 $x=1$ 及 $y=0$

所围成图形面积是 $\dfrac{4}{9}$, 问这个图形绕 x 轴旋转而成旋转体体积最小时, a,b,c 的值为何?

六、(7 分) 求曲线 $x^2+y^2+z^2=6,\ x+y+z=0$ 在点$(1,-2,1)$处的切线和法平面方程.

七、(7 分)

讨论函数 $f(x,y)=\begin{cases}\dfrac{2xy}{x^2+y^2}, & (x,y)\ne(0,0)\\ 0, & (x,y)=(0,0)\end{cases}$ 在点$(0,0)$偏导数的存在性和函数在该点的连续性.

八、(7 分) V 是由曲面 $z=\sqrt{1-x^2-y^2}$ 与 $z=\sqrt{3(x^2+y^2)}$ 所围成的立体, 其体密度为 $\mu(x,y,z)=$

$x^2+y^2+z^2$，求该立体的质量.

九、(7 分) 已知曲线积分 $\int_L (x+xy\sin x)dx+\dfrac{f(x)}{x}dy$ 与路径无关, $f(x)$ 可微, 且 $f(\dfrac{\pi}{2})=0$,

求 $f(x)$ 及 $\int_{(\pi,1)}^{(2\pi,0)}(x+xy\sin x)dx+\dfrac{f(x)}{x}dy$.

十(7 分) 求幂级数 $\sum\limits_{n=1}^{\infty}(2n-1)x^n$ 的收敛区间与和函数

十一(7 分)

方程组 $\begin{cases}x_1-x_2-3x_3+x_4=1\\ 2x_1-2x_2-5x_3+3x_4=4\\ 4x_1-4x_2+3x_3+19x_4=a\\ x_1-x_2-2x_3+2x_4=3\end{cases}$，当 a 为何值时有解?有多少解?有解时求其解.

十二(7 分) 设 S 为下半球面 $z=-\sqrt{a^2-x^2-y^2}$ 的上侧， 计算 $I=\iint\limits_S \dfrac{axdydz+(a+z)^2dxdy}{(x^2+y^2+z^2)^{\frac{1}{2}}}$.