

电子科技大学

## 2005 年硕士研究生复试试题

## 考试科目: 《复变函数》

准考证号 \_\_\_\_\_ 姓名 \_\_\_\_\_ 考试时间 \_\_\_\_\_ 得分 \_\_\_\_\_

注: 试卷共 3 页 9 大题; 满分 100 分. 答题时间 120 分钟.

## 1. (20 分) 填空题

(a) 复平面上的向量  $z$  与  $w$  垂直的充分必要条件是 \_\_\_\_\_(b) 函数  $f(z) = \operatorname{Ln} \frac{z-a}{z-b}$  的分支点是 \_\_\_\_\_(c) 当  $|z_1| = 1$  或  $|z_2| = 1$  之一成立时,  $\left| \frac{z_1 - z_2}{1 - \bar{z}_1 z_2} \right| =$  \_\_\_\_\_(d)  $\frac{z}{1+z^2}$  是实数当且仅当  $|z| =$  \_\_\_\_\_ 或  $\operatorname{Im} z =$  \_\_\_\_\_2. (10 分) 求满足  $(1+i)^n = (1-i)^n$  的实数  $n$ .3. (10 分) 设  $x + \frac{1}{x} = 2 \cos \theta$ . 求  $x^n + \frac{1}{x^n}$ .

4. (10分) 证明:  $|1 - \bar{z}w|^2 - |z - w|^2 = (1 - |z|^2)(1 - |w|^2)$ .

5. (10分) 证明: 复数  $z = \cos \theta + i \sin \theta$  关于乘法构成群.

6. (10分) 设  $f(z) = u(x, y) + iv(x, y)$  是区域  $D$  上的解析函数, 且在  $D$  上  $|f(z)|$  是常数. 证明:  $f(z)$  是  $D$  上的常数函数.

7. (10分) 求  $|z|=1$  在映射  $w=iz+i$  的像.

8. (10分) 叙述 Rouché 定理, 并运用该定理讨论函数  $z^7 - 5z + 3$  在圆环域  $1 < |z| < 2$  内的根的个数.

9. (10分) 求函数  $f(z) = \frac{e^z \sin z}{z^5}$  在  $0 < |z| < +\infty$  内的 Laurent 展式, 并计算  $\int_{|z|=5} \frac{e^z \sin z}{z^5} dz$  的值.

$$\begin{vmatrix} x_{11} & \cdots & x_{1n} \\ x_{21} & \cdots & x_{2n} \\ \vdots & \cdots & \vdots \\ x_{m1} & \cdots & x_{mn} \end{vmatrix} = \Delta$$