

## 2005 年研究生复试量子力学试题 物理电子学院

## 一 选择题(每小题 2 分, 共计 10 分)

说明: 下列各小题中, 有一个或多个答案正确, 请将正确答案番号填入括号中, 错选、多选或漏选均得 0 分

1. 历史上, 下列哪些实验验证了电子具有波动性 ( )
- A. 戴维逊 - 革末实验      B. 史特恩 - 盖拉赫实验      C. 光电效应实验
- D. 黑体辐射实验      E.  $\alpha$  散射实验      F. 夫兰克 - 赫兹实验
2. 若粒子所处的定态波函数  $\Psi(r)$  为已知, 则粒子的  $z$  分量坐标出现在  $z_1 \rightarrow z_2$  范围内的几率  $W$  为 ( )

A.  $W = \int_{-\infty}^{\infty} dx \int_{-\infty}^{\infty} dy \int_{z_1}^{z_2} dz |\Psi(x, y, z)|^2$       B.  $W = \int_{-\infty}^{\infty} dp_x \int_{-\infty}^{\infty} dp_y \int_{z_1}^{z_2} dp_z c^*(p) c(p)$

C.  $W = \frac{1}{2\pi\hbar} \int_{-\infty}^{\infty} dx \int_{-\infty}^{\infty} dz \int_{p_1}^{p_2} dp_y \left| \int_{-\infty}^{\infty} dy \Psi(x, y) e^{-ip_y y/\hbar} \right|^2$

D.  $W = \frac{1}{2\pi\hbar} \int_{-\infty}^{\infty} dx \int_{z_1}^{z_2} dz \int_{p_1}^{p_2} dp_y \left| \int_{-\infty}^{\infty} dy \Psi(x, y) e^{-ip_y y/\hbar} \right|^2$

3. 判别一个物理体系是经典体系还是量子体系的基本标准是 ( )

- A. (物理体系的作用量是否与  $h$  相比拟)
- B. 物理体系是否由微观粒子组成
- C. 物理体系是否作低速运动
- E. (物理体系是否处于极低温度)

4. 下列关于不确定关系说法正确的有 ( )

- A. 从原则上说, 广义坐标和广义动量就不可能同时具有确定值
- B. 从原则上说, 广义坐标和广义动量的任何一个量都不能精确测量
- C. 不确定关系是物质波粒二象性的数学表述
- D. 由与实验仪器精度的限制, 广义动量与广义坐标不可能被无误差地测量

5. 设  $\Psi_1$ 、 $\Psi_2$  为体系的两个可能状态, 现作如下三种线性叠加

A.  $\Psi_A = \Psi_1 + e^{i\delta} \Psi_2$       B.  $\Psi_B = e^{i\delta} (\Psi_1 + \Psi_2)$       C.  $\Psi_C = \begin{cases} \Psi_1 + \Psi_2 & 0 \leq x < \infty \\ \Psi_1 - \Psi_2 & -\infty < x < 0 \end{cases}$

$\delta$  为实常数, 则上述三种叠加态表示相同量子态的有 ( )

## 二 证明题(共计 30 分)

说明: 1、2 小题为必做题, 3、4 小题可任选 1 个题做, 该大题满分为 30 分

1. 以非简并的分离能级为例, 证明厄米算符的本征函数正交。 (10 分)

- 2. 证明么正变换不改变算符得本征值 (10分)
- 3. 证明: 不存在与 $\sigma$ 的三个分量都反对易的非零二维矩阵 (10分)
- 4. 粒子在一维势场  $V(x)$  中运动  
证明: 属于不同能级的束缚态波函数正交 (10分)

**三 计算题(共计 40分)**

说明: 考生可在 5 个小题任选 4 个题做, 该大题满分为 40 分

- 1. 利用不确定关系估算谱线的自然宽度, 取  $\Delta t \sim 10^{-8} \text{s}$ .  
提示: 原子中电子的能级有一个宽度, 称为能级宽度; 电子在每一个能级上停留的时间有一个时间宽度, 称为电子寿命; 电子在能级间跃迁时有一个频率宽度, 称为谱线的自然宽度. (10分)
- 2. 利用玻尔-索末菲量子化条件, 求解在均匀磁场中作圆周运动的电子轨道的可能半径, 相邻轨道的动能间隔 (10分)
- 3. 某物理体系由两个自旋 1/2 的非全同粒子构成, 已知粒子 1 处于  $s_{1z}=1/2$  的本征态, 粒子 2 处于  $s_{2x}=1/2$  的本征态  
求: 体系总自旋  $S^2$  的可能测量值及相应概率(取  $\hbar=1$ ) (10分)

4. 设一维势场  $V(x) = \lambda x^4$ , 用变分法求粒子在势场中运动时的基态波函数, 并说明在下列尝试波函数中, 应选取哪一个? (10分)

- (1).  $e^{-\beta|x|}$ , (2).  $e^{-(\alpha x)^2/2}$ , (3).  $x e^{-\alpha x^2/2}$ , (4).  $(ax + bx^2) e^{-\alpha x^2/2}$ , (5).  $e^{ikx} e^{-\alpha x^2/2}$

其中,  $\alpha, \beta, a, b, k$  都是常数

提示: 变分方法的基态能量计算公式:  $\frac{\partial E(\alpha_1, \alpha_2, \dots, \alpha_n, \dots)}{\partial \alpha_i} = 0 \quad i=1, 2, 3, \dots$

5. 如图 1, 已知粒子所受势能约束为 (10分)

$$U(x) = \begin{cases} 0 & 0 < x < a \\ \infty & x \leq 0, x \geq a \end{cases}$$

求解一维无限深势中粒子的本征函数与本征值。

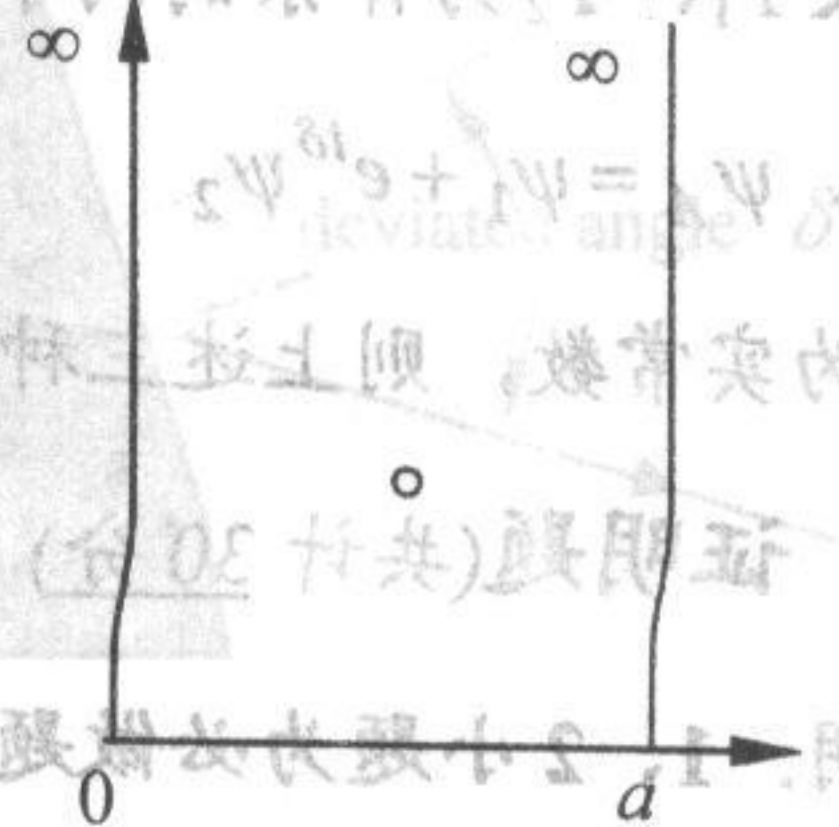


图 1. 一维无限深势阱