

电子科技大学

2005年攻读硕士学位研究生入学复试试题

考试科目: 070104、计算方法

一、(20分) 已知定积分 $I_n = \int_0^1 \frac{x^n}{10+x} dx$, ($n=0, 1, 2, \dots, 20$)

1. 推导递推关系式: $I_n = \frac{1}{n} - 10I_{n-1}$, ($n=1, 2, \dots, 20$);

2. 证明直接用上面递推式构造的算法是数值不稳定算法。

二、(20分)

设 $x_0 < x_1 < x_2$, 函数 $f(x)$ 在区间 $[x_0, x_2]$ 内有唯一极小值。下表中数据均为已知

x	x_0	x_1	x_2
$f(x)$	y_0	y_1	y_2

1. 写出 $f(x)$ 的二次拉格朗日插值多项式 $L_2(x)$;

2. 利用 $L_2(x)$ 推导求 $f(x)$ 的极小值点 x^* 的近似值计算公式。

三、(20分)

平面上三个点 $P_1(x_1, y_1)$, $P_2(x_2, y_2)$, $P_3(x_3, y_3)$ 的坐标为已知, 记方程组

$$\begin{bmatrix} x_2 - x_1 & y_2 - y_1 \\ x_3 - x_1 & y_3 - y_1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} b_1 \\ b_2 \end{bmatrix}$$

的系数矩阵为 A , 试求 A 及其逆矩阵 A^{-1} 的 ∞ -范数。

四、(20分)

1. 对常数 $a > 0$, 写出用牛顿迭代法解方程 $f(x) = x^2 - a = 0$ 的迭代格式;

2. 若有 $\lim_{k \rightarrow \infty} x_k = \sqrt{a}$, 试求极限 $\lim_{k \rightarrow \infty} \frac{x_{k+1} - \sqrt{a}}{(x_k - \sqrt{a})^2}$

五、(20分) 复合梯形公式的截断误差为: $R[f] = -\frac{(b-a)^3}{12n^2} f''(\eta)$, $\eta \in (a, b)$ 。

1. 写出计算 $\int_a^b f(x) dx$ 的复合梯形公式;

2. 用复合梯形公式计算 $\int_1^3 e^x \sin x dx$ 近似值 T_n 时, 要使截断误差不超过 0.5×10^{-3} , 至少应将 n 取为多少为好。