download.kaoyan.com

电子科技大学
2005年攻读硕士学位研究生入学复试试题
考试科目： 概率论（代码、科目名称）

一、在 5 个坛子各装有 4 个球，第 k 个坛子装有 $k-1$ 个白球，老师指定一名学生随机地从 1 个坛子中取出两个球，发现都是白色的，试计算从这个坛子中再取出一个白球的概率。

二、设随机变量(X,Y)的分布函数为

$$F_{X,Y}(x,y)=\begin{cases}0, & 当\min(x,y)<0;\\ \min(x,y), & 当 0\le\min(x,y)<1;\\ 1 & 当\min(x,y)\ge 1.\end{cases}$$

讨论 X 与 Y 是否不相关？

三、设 $\varphi(t)$ 是一个随机变量的特征函数，试证明 $|\varphi(t)|^2$ 也是特征函数。

四、设随机变量（X，Y）的密度函数为

$$f(x,y)=\frac{1}{2}[\varphi_1(x,y)+\varphi_2(x,y)]$$

其中 $\varphi_1(x,y)$ 和 $\varphi_2(x,y]$ 都是二维联合正态密度函数，且它们对应的二维随机变量的相关系数分别为 $\frac{1}{3}$ 和 $-\frac{1}{3}$，它们的边缘密度函数所对应的随机变量的数学期望都是零，方差都是 1。

（1）求随机变量 X 和 Y 的密度函数 $f_1(x)$ 和 $f_2(x)$，及 X 和 Y 的相关系数 ρ；

（2）问 X 和 Y 是否相互独立？为什么？

五、设随机变量 $X_{ij},(i,j=1,2,\cdots,n;n\ge 2)$ 独立同分布，$E(X_{ij})=a_i$，试计算行列式

$$Y=\begin{vmatrix}X_{11} & X_{12} & \cdots & X_{1n}\\ X_{21} & X_{22} & \cdots & X_{2n}\\ \vdots & \cdots & \cdots & \vdots\\ X_{n1} & X_{n2} & \cdots & X_{nn}\end{vmatrix}$$

的数学期望。

六、已知随机变量（X，Y）在 $D=\{(x,y):0\le y\le x\le 1\}$ 上服从均匀分布，试求条件数学期望 $E[X|Y=y]$ 和 $E[X|Y]$。

七、已知随机变量(X, Y, Z)的联合概率密度为

$$f(x,y,z)=\begin{cases}\frac{1}{8\pi^3}(1-\sin x\sin y\sin z), & 0\le x,y,z\le 2\pi;\\ 0, & 其它.\end{cases}$$

download.kaoyan.com

讨论(X, Y, Z)是否相互独立？

八、设随机变量 X 的分布律为

$$P\{X=k\}=(\frac{1}{2})^n, \quad n=1,2,\cdots$$

求随机变量 $Y=\sin(\frac{\pi}{2}X)$ 的分布律。

九、以 X 表示 n 次独立试验中成功的次数，设第 i 次试验成功的概率为 $p_i \ (i=1,2,\cdots)$, 求 X

的特征函数 $\varphi_X(t)$，并计算 E(X)和 D(X)。

十、设随机变量序列 $\{X_n, n=1,2,\cdots\}$ 相互独立，且分布律如下

$$P\{X_n=\sqrt{\lg n}\}=P\{X_n=-\sqrt{\lg n}\}=\frac{1}{2},$$

证明此随机变量序列满足大数定律。