电子科技大学

2007 年攻读硕士学位研究生入学试题

考试科目：614 高等数学

注：所有答案必须写在答题纸上，做在试卷或草稿纸上无效.

一、填空题（每小题 4 分，共 24 分）

1. $\lim\limits_{x\to 0^+}\dfrac{\int_0^{x^2}\sin^{\frac{3}{2}}t\,dt}{\int_0^{x}t(t-\sin t)dt}=$__________.

2. 设 $z=y\varphi\left(\dfrac{x}{y}\right)+\ln(2x-y)$，其中 φ 有二阶连续导数，则 $\dfrac{\partial^2 z}{\partial x\partial y}=$__________.

3. 过点 $A(2,-3,4)$ 且与 y 轴垂直相交的直线方程为__________.

4. 已知 $I=\int_0^{\sqrt{x}}xdx\int_{x^2}^{\pi}\dfrac{\sin y}{y}dy$，则 $I=$__________.

5. 微分方程 $y''+16y=\sin(4x+k)$（k 为常数）的特解形式为__________.

6. 设幂级数 $\sum\limits_{n=1}^{\infty}\dfrac{(x-a)^n}{n}$ 在点 $x=2$ 收敛，则 a 的取值范围是__________.

二、单项选择题（每小题 4 分，共 32 分）

1. 下列命题中正确的命题有几个？ （ ）

（1）无界变量必为无穷大量； (2) 有限多个无穷大量之和仍为无穷大量；

（3）无穷大量必为无界变量； (4) 无穷大量与有界变量之积仍为无穷大量.

(*A*) 1 个； (*B*) 2 个； (*C*) 3 个； (*D*) 4 个.

2. 设函数 $g(x)$ 可微，$h(x)=e^{1+g(x)}, h'(1)=1, g'(1)=2$，则 $g(1)$ 等于 （ ）

（*A*）$\ln 3-1$ （*B*）$-\ln 3-1$ （C）$-\ln 2-1$ （*D*）$\ln 2-1$

3. 设 $f(x)$ 连续，$I=t\int_0^{\frac{s}{t}}f(tx)dx$，则下列结论中正确的是（ ）

(*A*) I 是 s 和 t 的函数； (*B*) I 是 s 的函数； (*C*) I 是 t 的函数； (*D*) I 是常数.

4. 过点$(1,1)$的直线$y=f(x)$中，使得$\int_0^2\left[x^2-f(x)\right]dx$为最小的直线是(　　)

$(A)y=3x-1$;　$(B)y=3x+1$;　$(C)y=2x-1$;　$(D)y=2x+1$.

5. 若函数$z=f(x,y)$在点$P_0(x_0,y_0)$处的两个偏导数均存在，则（　　）

(A) $f(x,y)$在点P_0处连续；　(B) $f(x,y_0)$在点P_0处连续；

(C) $dz=\left.\frac{\partial z}{\partial x}\right|_{P_0}dx+\left.\frac{\partial z}{\partial y}\right|_{P_0}dy$；　(D)以上都不对.

6. 设$\int_L\left[f(x)-e^x\right]\sin y\,dx-f(x)\cos y\,dy$与路径无关，且$f(x)$有一阶连续导数，则$f(x)=$（　）

$(A)\frac{e^{-x}-e^x}{2}$;　$(B)\frac{e^x-e^{-x}}{2}$;　$(C)\frac{e^x+e^{-x}}{2}-1$;　$(D)1-\frac{e^x+e^{-x}}{2}$.

7. 若微分方程$y'+p(x)y=0$的一个特解为$y=\cos 2x$，则该方程满足$y(0)=2$的特解为(　　)

$(A)\cos 2x+2$;　(B) $\cos 2x+1$;　$(C)2\cos x$;　$(D)2\cos 2x$.

8. 若级数$\sum_{n=1}^{\infty}a_n$收敛，则级数（　）

$A.\sum_{n=1}^{\infty}|a_n|$收敛;　$B.\sum_{n=1}^{\infty}(-1)^n a_n$收敛;　$C.\sum_{n=1}^{\infty}a_n a_{n+1}$收敛;　$D.\sum_{n=1}^{\infty}\frac{a_n+a_{n+1}}{2}$收敛.

三、(10分）若$f''(a)$存在，求$\lim_{h\to 0}\frac{f(a+2h)-2f(a+h)+f(a)}{h^2}$

四、(10 分)设$F(x)$是$f(x)$的一个原函数，且$F(0)=1$, $F(x)f(x)=\cos 2x$，求$\int_0^{\pi}|f(x)|\,dx$.

五、(10分) 证明$(\sqrt{n})^{\sqrt{n+1}}>(\sqrt{n+1})^{\sqrt{n}}$　$(n>8)$.

六、(10分) 已知x,y,z为实数，且$e^x+y^2+|z|=3$，求证$e^x\cdot y^2\cdot|z|\le 1$.

七、(10分) 求$\oint_L\frac{ydx-(x-1)dy}{(x-1)^2+y^2}$，其中$L$为椭圆$4x^2+y^2-8x=0$的正向.

八、(10 分)设 $\Omega=\{(x,y,z)\in R^3\mid -\sqrt{a^2-x^2-y^2}\le z\le 0,\ a>0\}$，$S$ 为 Ω 的边界曲面外侧，计算 $I=\oiint\limits_S \frac{ax\ dydz+2(x+a)y\ dzdx}{\sqrt{x^2+y^2+z^2+1}}$.

九、(10 分)一容器内有 100 升的盐水，其中含盐 10 公斤，现以每分钟 3 升的速度注入清水，同时又以每分钟 2 升的速度将冲淡的盐水排出，问一小时后，容器内尚有多少盐?

十、(8 分)设 $f(x)$ 在 $(-\infty,+\infty)$ 有定义，并满足 $f(2x)=f(x)$，若 $f(x)$ 在点 $x=0$ 连续，证明 $f(x)$ 在 $(-\infty,+\infty)$ 为常数.

十一、(8 分) 证明 $\sum_{n=1}^{\infty}\frac{\cos nx}{n^2}=\frac{1}{12}\left(3x^2-6\pi x+2\pi^2\right),0\le x\le\pi$.

十二、(8 分) 已知级数 $\sum_{n=1}^{\infty}\frac{c_n}{n}$ 收敛 $(c_n\ge 0,n=1,2,,\cdots)$，证明级数 $\sum_{n=1}^{\infty}\sum_{k=1}^{\infty}\frac{c_n}{k^2+n^2}$ 收敛.